Bab 6: Kuantisasi Kanonik Medan Skalar

Pada Bab 5 kita mempelajari medan skalar Klein-Gordon sebagai sistem klasik relativistik. Medan φ(t,x) memenuhi persamaan gerak

$$(\partial_\mu \partial^\mu + m^2)\phi = 0,$$

dengan hubungan dispersi

$$E_{\mathbf{p}}^2 = \mathbf{p}^2 + m^2.$$

Persamaan ini sudah tampak seperti persamaan gelombang relativistik. Namun selama φ masih dianggap sebagai fungsi biasa, teori ini belum menjadi teori kuantum. Tidak ada ruang Hilbert, tidak ada operator penciptaan dan pemusnahan, tidak ada keadaan multi-partikel, dan belum ada cara alami untuk membahas proses seperti “dua partikel masuk, dua partikel keluar”.

Bab ini melakukan langkah inti pertama dalam teori medan kuantum: kuantisasi kanonik medan skalar bebas. Kata kanonik berarti kita mengikuti pola yang sudah dikenal dari mekanika Hamiltonian: tentukan koordinat dan momentum kanonik, lalu ubah keduanya menjadi operator yang memenuhi relasi komutasi. Untuk medan, koordinatnya bukan lagi satu variabel q(t), melainkan nilai medan di setiap titik ruang, φ(t,x). Karena itu, medan adalah sistem dengan tak hingga banyak derajat kebebasan—satu derajat kebebasan untuk setiap titik ruang.

Konstruksi yang akan kita lakukan di sini adalah konstruksi standar dalam pengantar teori medan kuantum: medan bebas dapat dipahami sebagai kumpulan osilator harmonik kuantum, satu untuk setiap mode momentum (Peskin & Schroeder, 1995; Srednicki, 2007; Schwartz, 2014). Dari kumpulan osilator inilah muncul bahasa partikel: operator penciptaan, operator pemusnahan, ruang Fock, statistik bosonik, dan energi vakum.

Pada bab ini kita memakai satuan alami

$$\hbar = c = 1.$$

Jika hbar ingin ditampilkan kembali, relasi komutasi dasar yang nanti kita tulis sebagai $i\delta^{(3)}(x-y)$ menjadi ihbar $\delta^{(3)}(x-y)$.

6.1 Dari medan klasik ke variabel kanonik

Kita mulai dari Lagrangian medan skalar real bebas:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\,\partial^\mu\phi - \frac{1}{2}m^2\phi^2.$$

Dengan konvensi metrik (+,-,-,-), ini dapat ditulis sebagai

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - \frac{1}{2}(\nabla\phi)^2 - \frac{1}{2}m^2\phi^2,$$

dengan

$$\dot{\phi} = \frac{\partial\phi}{\partial t}.$$

Dalam mekanika klasik biasa, jika koordinat sistem adalah q(t), momentum kanoniknya didefinisikan sebagai

$$p = \frac{\partial L}{\partial\dot{q}}.$$

Untuk medan, koordinat kanoniknya adalah φ(t,x), dan momentum kanoniknya didefinisikan titik demi titik:

$$\pi(t,\mathbf{x}) = \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot{\phi}(t,\mathbf{x})}.$$

Untuk medan skalar bebas,

$$\pi(t,\mathbf{x}) = \dot{\phi}(t,\mathbf{x}).$$

Jadi pasangan kanoniknya adalah

$$\phi(t,\mathbf{x}) \quad \text{dan} \quad \pi(t,\mathbf{x}).$$

Ini analog dengan pasangan q dan p dalam mekanika kuantum biasa. Bedanya, sekarang ada pasangan seperti itu di setiap titik ruang.

Hamiltonian density diperoleh dari transformasi Legendre:

$$\mathcal{H} = \pi\dot{\phi} - \mathcal{L}.$$

Karena π=dotφ, kita peroleh

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2}\pi^2 + \frac{1}{2}(\nabla\phi)^2 + \frac{1}{2}m^2\phi^2.$$

Hamiltonian totalnya adalah integral di seluruh ruang:

$$H = \int d^3x\,\mathcal{H} = \int d^3x \left[\frac{1}{2}\pi^2 + \frac{1}{2}(\nabla\phi)^2 + \frac{1}{2}m^2\phi^2\right].$$

Secara klasik, ini adalah energi medan. Ketiga suku memiliki interpretasi sederhana:

1. (1)⁄(2)π^2 adalah energi dari perubahan medan terhadap waktu.
2. (1)⁄(2)$(\nabla\varphi)^2$ adalah energi dari variasi medan terhadap ruang.
3. (1)⁄(2)$m^2\varphi^2$ adalah energi potensial lokal yang bergantung pada nilai medan.

Sebagai contoh, jika medan sangat berubah-ubah dari satu titik ke titik lain, maka $(\nabla\varphi)^2$ besar, sehingga konfigurasi itu memiliki energi gradien besar. Jika medan seragam tetapi bernilai besar, maka suku massa (1)⁄(2)$m^2\varphi^2$ memberi kontribusi energi.

6.2 Aturan kuantisasi kanonik

Dalam mekanika kuantum satu partikel, kita mengubah koordinat dan momentum menjadi operator:

$$q \to \hat{q}, \qquad p \to \hat{p},$$

dengan relasi komutasi

$$[\hat{q}, \hat{p}] = i.$$

Untuk banyak derajat kebebasan q_i,p_i, relasi ini menjadi

$$[\hat{q}_i, \hat{p}_j] = i\delta_{ij},$$

sementara

$$[\hat{q}_i, \hat{q}_j] = 0, \qquad [\hat{p}_i, \hat{p}_j] = 0.$$

Medan adalah versi kontinu dari sistem banyak derajat kebebasan. Indeks diskret i,j diganti oleh titik ruang x,y, dan delta Kronecker δ_{ij} diganti oleh delta Dirac $\delta^{(3)}$(x-y).

Maka aturan kuantisasi kanonik untuk medan skalar adalah

$$[\hat{\phi}(t, \mathbf{x}), \hat{\pi}(t, \mathbf{y})] = i\delta^{(3)}(\mathbf{x} - \mathbf{y}),$$

dengan

$$[\hat{\phi}(t, \mathbf{x}), \hat{\phi}(t, \mathbf{y})] = 0,$$

dan

$$[\hat{\pi}(t, \mathbf{x}), \hat{\pi}(t, \mathbf{y})] = 0.$$

Relasi ini disebut relasi komutasi waktu-sama (equal-time commutation relations) karena semua operator dievaluasi pada waktu yang sama t. Bentuk ini adalah kuantisasi kanonik standar untuk medan bosonik skalar (Peskin & Schroeder, 1995; Weinberg, 1995).

Makna fisiknya dekat dengan prinsip ketidakpastian. Nilai medan hatφ(t,x) dan momentum kanoniknya hatπ(t,x) tidak dapat secara simultan diperlakukan sebagai besaran klasik yang memiliki nilai pasti. Medan kuantum bukan fungsi biasa; ia adalah operator.

Namun ada satu catatan matematis penting. Operator medan pada satu titik ruang-waktu sebaiknya tidak dianggap sebagai operator biasa yang selalu terdefinisi baik. Dalam formulasi yang lebih hati-hati, medan kuantum adalah distribusi bernilai operator: ia menjadi objek operator yang lebih aman setelah "diratakan" terhadap fungsi uji. Misalnya,

$$\hat{\phi}(f) = \int d^3x\, f(\mathbf{x})\hat{\phi}(t,\mathbf{x}),$$

dengan f(x) fungsi halus yang cepat turun di tak hingga. Ini mirip dengan delta Dirac: δ(x) bukan fungsi biasa, tetapi distribusi yang bermakna ketika diintegralkan terhadap fungsi uji. Dalam perhitungan fisika partikel, kita sering menulis hatφ(x) secara formal, tetapi pemahaman distribusional ini penting agar tidak salah menafsirkan singularitas lokal medan kuantum (Srednicki, 2007; Schwartz, 2014).

6.3 Medan sebagai kumpulan osilator harmonik

Mengapa operator penciptaan dan pemusnahan muncul dalam teori medan?

Jawabannya: medan bebas dapat diuraikan menjadi mode-mode gelombang, dan setiap mode berperilaku seperti osilator harmonik kuantum.

Untuk melihat idenya, bayangkan dahulu medan ditempatkan dalam kotak kubik volume $V=L^3$ dengan syarat batas periodik. Syarat batas periodik berarti

$$\phi(t, x+L, y, z) = \phi(t, x, y, z),$$

dan serupa untuk arah y dan z. Ini bukan karena alam semesta benar-benar kotak periodik, melainkan alat teknis agar momentum menjadi diskret. Pada akhir perhitungan, kita dapat mengambil limit $V\to\infty$.

Dalam kotak periodik, momentum yang diizinkan adalah

$$\mathbf{k} = \frac{2\pi}{L}(n_x, n_y, n_z),$$

dengan n_x,$n_{(y)}$,$n_{(z)}$ bilangan bulat. Medan dapat diuraikan sebagai deret Fourier:

$$\phi(t, \mathbf{x}) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\mathbf{k}} q_{\mathbf{k}}(t) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}.$$

Untuk medan real, koefisien Fourier tidak semuanya independen, karena harus memenuhi

$$q_{-\mathbf{k}} = q_{\mathbf{k}}^*.$$

Jika kita memasukkan uraian Fourier ini ke Hamiltonian medan bebas, setiap mode momentum memiliki frekuensi

$$E_{\mathbf{k}} = \sqrt{\mathbf{k}^2 + m^2}.$$

Jadi medan bebas adalah kumpulan osilator harmonik, satu untuk setiap mode momentum. Dalam mekanika kuantum, osilator harmonik paling alami ditulis memakai operator penciptaan dan pemusnahan. Karena itu, teori medan bebas juga paling alami ditulis memakai operator penciptaan dan pemusnahan.

Ketika volume dibuat tak hingga, jumlah diskret berubah menjadi integral:

$$\frac{1}{V} \sum_{\mathbf{k}} \longrightarrow \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3}.$$

Momentum diskret k diganti oleh momentum kontinu p.

6.4 Ekspansi mode medan skalar kuantum

Kita sekarang menulis operator medan sebagai superposisi mode momentum:

$$\hat{\phi}(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_{\mathbf{p}}}} \left[\hat{a}_{\mathbf{p}} e^{-ip\cdot x} + \hat{a}_{\mathbf{p}}^\dagger e^{ip\cdot x} \right],$$

dengan

$$E_{\mathbf{p}} = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2},$$

dan

$$p \cdot x = E_{\mathbf{p}} t - \mathbf{p} \cdot \mathbf{x}.$$

Operator hataₚ disebut operator pemusnahan untuk mode momentum p, sedangkan hataₚ^† disebut operator penciptaan.

Mengapa ekspansi ini memiliki dua suku?

Suku

$$\hat{a}_{\mathbf{p}} e^{-ip\cdot x}$$

berasosiasi dengan bagian frekuensi positif, sedangkan

$$\hat{a}_{\mathbf{p}}^{\dagger} e^{ip\cdot x}$$

berasosiasi dengan bagian frekuensi negatif dalam solusi klasik. Dalam teori kuantum relativistik, keduanya diperlukan agar medan real bersifat Hermitian:

$$\hat{\phi}^{\dagger}(x) = \hat{\phi}(x).$$

Syarat Hermitian penting karena medan skalar real adalah observabel lokal formal: nilainya harus berhubungan dengan besaran fisik real.

Momentum kanoniknya adalah

$$\hat{\pi}(x) = \partial_t \hat{\phi}(x).$$

Maka

$$\hat{\pi}(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} (-i) \sqrt{\frac{E_{\mathbf{p}}}{2}} \left[\hat{a}_{\mathbf{p}} e^{-ip\cdot x} - \hat{a}_{\mathbf{p}}^{\dagger} e^{ip\cdot x} \right].$$

Agar relasi komutasi waktu-sama

$$[\hat{\phi}(t, \mathbf{x}), \hat{\pi}(t, \mathbf{y})] = i\delta^{(3)}(\mathbf{x} - \mathbf{y})$$

terpenuhi, operator penciptaan dan pemusnahan harus memenuhi

$$[\hat{a}_{\mathbf{p}}, \hat{a}_{\mathbf{q}}^{\dagger}] = (2\pi)^3\delta^{(3)}(\mathbf{p} - \mathbf{q}),$$

serta

$$[\hat{a}_{\mathbf{p}}, \hat{a}_{\mathbf{q}}] = 0, \qquad [\hat{a}_{\mathbf{p}}^{\dagger}, \hat{a}_{\mathbf{q}}^{\dagger}] = 0.$$

Relasi inilah yang membuat medan skalar menjadi medan bosonik. Secara umum, partikel dengan spin bilangan bulat mengikuti statistik Bose-Einstein, sedangkan partikel dengan spin setengah-bilangan-bulat mengikuti statistik Fermi-Dirac; hubungan mendalam ini dikenal sebagai teorema spin-statistik dalam teori medan kuantum relativistik (Weinberg, 1995). Untuk medan skalar, spin-nya nol, sehingga ia adalah boson.

6.5 Vakum dan ruang Fock

Dalam mekanika kuantum osilator harmonik, operator pemusnahan hata mendefinisikan keadaan dasar melalui

$$\hat{a}|0\rangle = 0.$$

Keadaan $|0\rangle$ adalah keadaan energi terendah osilator. Dengan cara yang sama, dalam teori medan bebas kita mendefinisikan vakum sebagai keadaan yang dimusnahkan oleh semua operator pemusnahan:

$$\hat{a}_{\mathbf{p}}|0\rangle = 0 \quad \text{untuk semua } \mathbf{p}.$$

Vakum bukan “ketiadaan” dalam arti filosofis. Vakum adalah keadaan kuantum energi terendah dari medan. Ia tidak memiliki partikel bebas, tetapi tetap merupakan keadaan medan.

Dari vakum, kita membangun keadaan satu-partikel dengan operator penciptaan:

$$|\mathbf{p}\rangle = \hat{a}^\dagger_{\mathbf{p}}|0\rangle.$$

Keadaan ini menggambarkan satu kuantum medan skalar dengan momentum p. Karena hubungan dispersi relativistik, energinya adalah

$$E_{\mathbf{p}} = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2}.$$

Keadaan dua-partikel dibangun sebagai

$$|\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2\rangle = \hat{a}^\dagger_{\mathbf{p}_1}\hat{a}^\dagger_{\mathbf{p}_2}|0\rangle.$$

Keadaan n-partikel adalah

$$|\mathbf{p}_1, \ldots, \mathbf{p}_n\rangle = \hat{a}^\dagger_{\mathbf{p}_1} \cdots \hat{a}^\dagger_{\mathbf{p}_n}|0\rangle.$$

Ruang Hilbert yang terdiri dari jumlah partikel berbeda-beda disebut ruang Fock. Secara skematis,

$$\mathcal{F} = \mathcal{H}_0 \oplus \mathcal{H}_1 \oplus \mathcal{H}_2 \oplus \cdots .$$

Di sini:

- $\mathcal{H}_0$ adalah sektor nol-partikel, yaitu ruang yang direntang oleh vakum.
- $\mathcal{H}_1$ adalah sektor satu-partikel.
- $\mathcal{H}_2$ adalah sektor dua-partikel.
- Dan seterusnya.

Simbol ⊕ berarti jumlah langsung: ruang Fock memuat keadaan dengan nol, satu, dua, atau lebih partikel. Ini adalah salah satu perbedaan besar antara mekanika kuantum satu-partikel dan teori medan kuantum. Dalam QFT, jumlah partikel tidak harus tetap.

Sebagai contoh, keadaan umum dalam ruang Fock dapat berbentuk

$$|\Psi\rangle = c_0|0\rangle + \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} f(\mathbf{p})|\mathbf{p}\rangle + \frac{1}{2}\int \frac{d^3p_1}{(2\pi)^3}\frac{d^3p_2}{(2\pi)^3} g(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)|\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2\rangle + \cdots .$$

Keadaan ini adalah superposisi dari sektor nol-partikel, satu-partikel, dua-partikel, dan seterusnya. Dalam teori bebas, jumlah partikel terkonservasi. Tetapi dalam teori berinteraksi, keadaan dapat berubah dari satu sektor ke sektor lain. Itulah bahasa alami untuk proses penciptaan dan pemusnahan partikel.

6.6 Partikel identik dan statistik bosonik

Relasi komutasi

$$[\hat{a}_{\mathbf{p}}^\dagger, \hat{a}_{\mathbf{q}}^\dagger] = 0$$

berarti

hata□^□hata□q□^□ = hata□q□^□hata□^□.

Maka

|p,q⟩ = hata□^□ hata□q□^□ |0⟩ = hata□q□^□ hata□^□ |0⟩ = |q,p⟩.

Artinya, keadaan dua-partikel tidak berubah ketika dua partikel ditukar. Ini adalah ciri partikel bosonik: keadaan multi-partikelnya simetris terhadap pertukaran partikel.

Hal ini juga menunjukkan bahwa partikel dalam QFT bukan benda kecil yang diberi label individual seperti “partikel 1” dan “partikel 2”. Yang bermakna adalah jumlah kuantum medan dalam mode tertentu. Misalnya, keadaan

(hata□^□)□|0⟩

berarti ada dua kuantum medan dalam mode momentum p. Untuk normalisasi yang tepat, keadaan dua boson dalam mode yang sama ditulis

$$\frac{1}{\sqrt{2!}}(\hat{a}_{\mathbf{p}}^\dagger)^2|0\rangle$$

dalam notasi diskret. Faktor √(2!) muncul karena ada dua cara identik untuk menyusun dua operator penciptaan yang sama. Secara umum, keadaan dengan n boson dalam satu mode diskret adalah

$$|n\rangle = \frac{1}{\sqrt{n!}}(\hat{a}^\dagger)^n|0\rangle.$$

Contoh sederhana: jika sebuah mode medan elektromagnetik dalam rongga memiliki n foton, keadaan kuantumnya secara matematis mirip dengan keadaan |n⟩ osilator harmonik. Untuk medan skalar bebas, kuantumnya bukan foton, tetapi struktur Fock-nya sama: mode dapat berisi 0,1,2,... partikel. Inilah sifat bosonik.

6.7 Keadaan paket gelombang

Keadaan |p⟩ memiliki momentum tepat. Karena itu, ia tersebar di seluruh ruang dan tidak terlokalisasi. Dalam praktik fisika, keadaan partikel lebih realistis digambarkan oleh paket gelombang, yaitu superposisi momentum.

Definisikan operator penciptaan paket gelombang

$$\hat{a}_f^\dagger = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} f(\mathbf{p})\hat{a}_{\mathbf{p}}^\dagger,$$

dengan fungsi amplitudo momentum f(p). Keadaan satu-partikel paket gelombang adalah

$$|f\rangle = \hat{a}_f^\dagger|0\rangle.$$

Jika

$$\int \frac{d^3p}{(2\pi)^3}|f(\mathbf{p})|^2 = 1,$$

maka keadaan ini ternormalisasi dengan baik dalam konvensi yang sedang kita gunakan.

Sebagai contoh, jika f(p) tajam di sekitar momentum p_0, maka keadaan |f⟩ menggambarkan partikel yang momentumnya kira-kira p_0. Jika f(p) lebar, maka ketidakpastian momentumnya besar, dan paket gelombangnya dapat lebih terlokalisasi di ruang. Ini adalah manifestasi prinsip ketidakpastian dalam bahasa medan.

Dalam perhitungan hamburan, kita sering memakai keadaan momentum tepat karena membuat rumus menjadi sederhana. Namun secara konseptual, detektor dan berkas partikel fisik selalu lebih dekat dengan paket gelombang daripada gelombang bidang ideal.

6.8 Operator jumlah partikel

Karena ruang Fock memuat sektor dengan jumlah partikel berbeda-beda, kita dapat mendefinisikan operator jumlah partikel. Untuk medan bebas,

$$\hat{N} = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \hat{a}_{\mathbf{p}}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{p}}.$$

Operator ini menghitung jumlah kuantum medan. Secara formal,

$$\hat{N}|\mathbf{p}_1, \ldots, \mathbf{p}_n\rangle = n|\mathbf{p}_1, \ldots, \mathbf{p}_n\rangle.$$

Untuk satu mode diskret, operator jumlah adalah

$$\hat{N} = \hat{a}^\dagger \hat{a},$$

dengan

$$\hat{N}|n\rangle = n|n\rangle.$$

Contoh:

$$\hat{N}|0\rangle = 0,$$

$$\hat{N}\hat{a}^\dagger|0\rangle = \hat{a}^\dagger|0\rangle,$$

dan

$$\hat{N}\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{a}^\dagger)^2|0\rangle = 2\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{a}^\dagger)^2|0\rangle.$$

Namun perlu diingat: operator jumlah partikel memiliki makna paling jelas dalam teori bebas, atau dalam teori berinteraksi ketika kita membahas keadaan jauh sebelum dan jauh sesudah interaksi. Dalam teori berinteraksi, terutama pada waktu terbatas dan dalam medan eksternal kuat, konsep “jumlah partikel” dapat menjadi lebih halus. Inilah alasan mengapa QFT lebih fundamental berbicara tentang medan dan korelasi medan, sementara partikel muncul sebagai eksitasi tertentu dari medan (Weinberg, 1995; Srednicki, 2007).

6.9 Hamiltonian dalam bahasa operator penciptaan dan pemusnahan

Kita sekarang menulis Hamiltonian medan bebas dalam bahasa hata$_p$ dan hata$_p$^†.

Hamiltonian klasiknya adalah

$$H = \int d^3x \left[\frac{1}{2}\pi^2 + \frac{1}{2}(\nabla\phi)^2 + \frac{1}{2}m^2\phi^2 \right].$$

Setelah φ dan π diganti oleh operator dan ekspansi mode dimasukkan, hasilnya adalah

$$\hat{H} = E_{\text{vac}} + \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} E_{\mathbf{p}} \hat{a}^\dagger_{\mathbf{p}} \hat{a}_{\mathbf{p}}.$$

Di sini E$_{(vac)}$ adalah energi vakum, yang akan kita bahas sebentar lagi.

Rumus ini mengatakan bahwa setiap partikel bermomentum p menyumbang energi

$$E_{\mathbf{p}} = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2}.$$

Jadi jika keadaan memiliki satu partikel bermomentum p, maka energinya di atas vakum adalah E$_p$. Jika keadaan memiliki dua partikel bermomentum p$_1$ dan p$_2$, maka energinya di atas vakum adalah

$$E_{\mathbf{p}_1} + E_{\mathbf{p}_2}.$$

Ini cocok dengan interpretasi partikel bebas.

Operator momentum total medan adalah

$$\hat{\mathbf{P}} = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \mathbf{p}\, \hat{a}^\dagger_{\mathbf{p}} \hat{a}_{\mathbf{p}}.$$

Maka keadaan satu-partikel memenuhi

$$\hat{\mathbf{P}}|\mathbf{p}\rangle = \mathbf{p}|\mathbf{p}\rangle,$$

dan

$$\hat{H}|\mathbf{p}\rangle = (E_{\text{vac}} + E_{\mathbf{p}})|\mathbf{p}\rangle.$$

Jika energi vakum dikurangi dengan normal ordering, yang tersisa adalah

$$:\hat{H}:|\mathbf{p}\rangle = E_{\mathbf{p}}|\mathbf{p}\rangle.$$

Tanda titik dua :□: akan dijelaskan pada bagian berikutnya.

6.10 Energi vakum

Untuk memahami energi vakum dengan lebih jelas, kembali sejenak ke kotak volume V, sehingga momentum diskret. Hamiltonian medan bebas menjadi

$$\hat{H} = \sum_{\mathbf{k}} E_{\mathbf{k}} \left(\hat{a}^\dagger_{\mathbf{k}} \hat{a}_{\mathbf{k}} + \frac{1}{2} \right).$$

Ini persis seperti kumpulan osilator harmonik kuantum. Setiap mode k memiliki energi dasar

$$\frac{1}{2} E_{\mathbf{k}}.$$

Maka energi vakum total adalah

$$E_{\text{vac}} = \frac{1}{2}\sum_{\mathbf{k}} E_{\mathbf{k}}.$$

Dalam limit volume tak hingga,

$$E_{\text{vac}} = \frac{1}{2}V\int \frac{d^3p}{(2\pi)^3}E_{\mathbf{p}}.$$

Integral ini divergen pada momentum besar karena

$$E_{\mathbf{p}} \sim |\mathbf{p}| \quad \text{untuk } |\mathbf{p}| \to \infty.$$

Jadi medan bebas memiliki energi titik-nol tak hingga jika semua mode momentum hingga tak hingga dihitung secara naif. Ini bukan kesalahan aljabar; ini adalah salah satu tanda pertama bahwa teori medan kuantum memerlukan perhatian serius terhadap divergensi ultraviolet. Bab 15 dan Bab 16 akan membahas regularisasi dan renormalisasi secara sistematis.

Dalam teori medan kuantum di ruang-waktu datar tanpa gravitasi, konstanta

Document information

Bab 6: Kuantisasi Kanonik Medan Skalar

Project	Teori Medan Kuantum
Document	Document 1.10
Author	Isti_26
Verifier	Not verified
Downloaded	July 06, 2026 00:20 KST
Status	Working
Document link	https://www.theorytrace.com/projects/teori-medan-kuantum/documents/bab-6-kuantisasi-kanonik-medan-skalar/