Bab 15: Spin dan Momen Magnetik

Pada bab sebelumnya kita menyelesaikan atom hidrogen dengan persamaan Schrödinger. Dari penyelesaian itu muncul bilangan kuantum n, l, dan m, yang masing-masing berkaitan dengan energi utama, besar momentum sudut orbital, dan proyeksi momentum sudut orbital pada suatu sumbu.

Namun, atom nyata memperlihatkan struktur yang lebih kaya daripada yang dapat dijelaskan hanya dengan gerak orbital elektron. Spektrum atom memiliki pemisahan garis yang halus. Berkas atom dalam medan magnet tidak berperilaku seperti prediksi sederhana dari gambaran klasik. Elektron juga memiliki momen magnetik yang tidak sepenuhnya dapat diterangkan sebagai akibat gerak orbitnya mengelilingi inti.

Semua ini membawa kita pada konsep baru: spin.

Spin adalah salah satu gagasan paling penting dalam mekanika kuantum. Ia sering diperkenalkan dengan kalimat “elektron berputar pada dirinya sendiri”, tetapi kalimat itu berbahaya jika dipahami secara harfiah. Spin bukan rotasi bola kecil bermuatan. Spin adalah derajat kebebasan intrinsik partikel, yaitu sifat internal yang dimiliki partikel bahkan ketika kita tidak sedang membicarakan gerak orbitalnya di ruang.

Dalam bab ini kita akan membangun konsep spin secara bertahap. Kita mulai dari eksperimen Stern-Gerlach, lalu memperkenalkan ruang keadaan spin-frac12, matriks Pauli, momen magnetik, precesi spin, dan akhirnya membedakan spin dari momentum sudut orbital.

15.1 Mengapa spin diperlukan?

Dalam mekanika klasik, momentum sudut biasanya muncul dari gerak rotasi atau gerak melingkar. Jika sebuah partikel bermassa m berada di posisi mathbf r dan memiliki momentum linear mathbf p, momentum sudut orbitalnya adalah

mathbf L = mathbf r × mathbf p.

Simbol × menyatakan hasil kali silang. Momentum sudut orbital disebut “orbital” karena berasal dari gerak partikel melalui ruang.

Dalam mekanika kuantum, momentum sudut orbital menjadi operator:

hatmathbf L = hatmathbf r × hatmathbf p.

Untuk atom hidrogen, operator ini muncul secara alami ketika kita menyelesaikan persamaan Schrödinger dalam koordinat bola. Bilangan kuantum l dan m berasal dari eigenvalue operator hat L^2 dan hat $L_{(z)}$:

hat L□ Y□□ = hbar□ l(l+1)Y□□,

hat L□z□ Y□□ = hbar m Y□□.

Di sini $Y_l^m(\theta,\varphi)$ adalah harmonik bola. Bilangan l bernilai

$$l = 0, 1, 2, \ldots,$$

sedangkan untuk setiap l, bilangan m bernilai

$$m = -l, -l+1, \ldots, l-1, l.$$

Perhatikan sesuatu yang penting: untuk momentum sudut orbital, nilai l selalu bilangan bulat tak negatif. Maka proyeksi momentum sudut orbital pada sumbu z selalu berupa kelipatan bilangan bulat dari hbar.

Tetapi alam menunjukkan adanya momentum sudut jenis lain. Elektron, proton, neutron, dan banyak partikel lain memiliki momentum sudut intrinsik. Untuk elektron, besar spin dinyatakan oleh bilangan kuantum

$$s = \frac{1}{2}.$$

Ini berarti proyeksi spin elektron pada suatu sumbu hanya dapat bernilai

$$+\frac{\hbar}{2} \quad \text{atau} \quad -\frac{\hbar}{2}.$$

Nilai setengah-bulat seperti ini tidak dapat muncul dari momentum sudut orbital biasa yang dibangun dari fungsi gelombang skalar tunggal dalam ruang tiga dimensi. Secara historis, gagasan spin elektron diperkenalkan oleh Uhlenbeck dan Goudsmit pada tahun 1925 untuk menjelaskan struktur spektrum atom yang tidak dapat dijelaskan secara memadai tanpa derajat kebebasan tambahan (Uhlenbeck & Goudsmit, 1925). Formulasi matematis nonrelativistik spin-frac12 kemudian memperoleh bentuk yang sangat jelas melalui teori Pauli tentang elektron magnetik (Pauli, 1927). Dalam teori relativistik Dirac, spin elektron muncul secara alami dari persamaan gelombang relativistik untuk elektron (Dirac, 1928).

Jadi, spin bukan tambahan kecil yang dibuat-buat. Spin adalah bagian fundamental dari deskripsi kuantum partikel.

15.2 Eksperimen Stern-Gerlach: bukti kuantisasi arah

Salah satu jalan paling baik untuk memahami spin adalah melalui eksperimen Stern-Gerlach. Pada tahun 1922, Otto Stern dan Walther Gerlach melewatkan berkas atom perak melalui medan magnet tak homogen dan menemukan bahwa berkas tersebut terbelah menjadi dua komponen terpisah, bukan menyebar kontinu seperti yang diharapkan dari gambaran klasik sederhana (Gerlach & Stern, 1922).

Mari kita pahami idenya.

Atom perak netral ditembakkan sebagai berkas sempit. Berkas ini kemudian melewati medan magnet yang tidak seragam. Misalkan medan magnet terutama berubah terhadap arah z. Jika sebuah atom memiliki momen magnetik boldsymbolμ, maka dalam medan magnet mathbf B energinya kira-kira

$$E = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}.$$

Jika medan magnet berubah terhadap posisi, energi ini juga berubah terhadap posisi. Akibatnya atom merasakan gaya. Untuk medan yang terutama berubah sepanjang z, gaya kira-kira

$$F_z \approx \frac{\partial}{\partial z}(\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}).$$

Jika komponen momen magnetik $\mu_{(z)}$ dapat mengambil semua nilai secara kontinu, maka atom-atom dalam berkas seharusnya dibelokkan dengan semua kemungkinan sudut. Hasil di layar akan berupa sebaran kontinu.

Tetapi yang diamati adalah dua bercak.

Ini berarti komponen yang relevan dari momen magnetik hanya memiliki dua nilai diskret. Dalam bahasa modern, untuk atom perak pada keadaan dasarnya, pemisahan dua berkas terutama berkaitan dengan spin elektron luar yang tidak berpasangan. Spin elektron memiliki dua kemungkinan proyeksi terhadap arah medan magnet:

$$m_s = +\frac{1}{2} \quad \text{atau} \quad m_s = -\frac{1}{2}.$$

Karena itu, eksperimen Stern-Gerlach menjadi contoh tajam dari kuantisasi arah: ketika komponen momentum sudut diukur sepanjang suatu sumbu, hasilnya tidak kontinu, melainkan hanya salah satu dari beberapa nilai tertentu.

Contoh: mengapa dua bercak penting?

Bayangkan sebuah kompas klasik kecil yang arahnya acak. Jika banyak kompas kecil dilewatkan melalui medan magnet tak homogen, sebagian akan tertarik kuat, sebagian lemah, sebagian hampir tidak dibelokkan, dan seterusnya. Kita berharap melihat pola kontinu.

Namun spin-frac12 tidak seperti kompas klasik yang dapat menunjuk ke sembarang sudut dengan komponen z sembarang. Jika kita mengukur spin sepanjang sumbu z, hasilnya hanya dua:

$$+\frac{\hbar}{2} \quad \text{atau} \quad -\frac{\hbar}{2}.$$

Inilah sifat kuantum yang tidak memiliki analog klasik langsung.

15.3 Spin sebagai derajat kebebasan intrinsik

Dalam bab-bab sebelumnya, keadaan partikel satu dimensi ditulis sebagai fungsi gelombang

$$\psi(x).$$

Dalam tiga dimensi, kita menulis

$$\psi(\mathbf{r}).$$

Fungsi ini memberi amplitudo probabilitas untuk menemukan partikel di posisi mathbf r. Tetapi untuk elektron, informasi posisi saja belum lengkap. Kita juga perlu mengetahui keadaan spinnya.

Untuk partikel spin-frac12, ruang keadaan spin berdimensi dua. Artinya, kita hanya memerlukan dua vektor basis untuk menyatakan keadaan spin apa pun. Biasanya kita memilih basis eigenstate dari operator hat S(z), yaitu operator komponen spin sepanjang sumbu z.

Kita tulis dua basis itu sebagai

$$|+\rangle_z$$

dan

$$|-\rangle_z.$$

Maknanya:

$$\hat{S}_z|+\rangle_z = +\frac{\hbar}{2}|+\rangle_z,$$

$$\hat{S}_z|-\rangle_z = -\frac{\hbar}{2}|-\rangle_z.$$

Sebuah keadaan spin umum dapat ditulis sebagai superposisi

$$|\chi\rangle = \alpha|+\rangle_z + \beta|-\rangle_z,$$

dengan α dan β bilangan kompleks. Karena probabilitas total harus satu, kita memerlukan normalisasi

$$|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1.$$

Keadaan spin seperti ini disebut spinor. Untuk spin-frac12, spinor dapat direpresentasikan sebagai vektor kolom dua komponen:

$$|\chi\rangle = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}.$$

Dalam representasi ini,

$$|+\rangle_z = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |-\rangle_z = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Contoh: probabilitas hasil ukur spin sepanjang z

Misalkan keadaan spin elektron adalah

$$|\chi\rangle = \frac{\sqrt{3}}{2}|+\rangle_z + \frac{1}{2}|-\rangle_z.$$

Maka

$$\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \beta = \frac{1}{2}.$$

Jika kita mengukur hat S(z), probabilitas memperoleh

$$+\frac{\hbar}{2}$$

adalah

$$|\alpha|^2 = \left|\frac{\sqrt{3}}{2}\right|^2 = \frac{3}{4}.$$

Probabilitas memperoleh

$$-\frac{\hbar}{2}$$

adalah

$$|\beta|^2 = \left|\frac{1}{2}\right|^2 = \frac{1}{4}.$$

Jumlahnya

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1,$$

seperti harusnya.

15.4 Operator spin dan matriks Pauli

Karena spin adalah observable, komponen-komponennya harus direpresentasikan oleh operator Hermitian. Untuk spin-frac12, operator spin ditulis sebagai

$$\hat{S}_x = \frac{\hbar}{2}\sigma_x,$$

$$\hat{S}_y = \frac{\hbar}{2}\sigma_y,$$

$$\hat{S}_z = \frac{\hbar}{2}\sigma_z.$$

Matriks σ_x, $\sigma_{(y)}$, dan $\sigma_{(z)}$ disebut matriks Pauli, yaitu

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix},$$

$$\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Matriks-matriks ini memainkan peran dasar dalam teori spin-frac12. Pauli menggunakan struktur semacam ini dalam formulasi kuantum nonrelativistik untuk elektron dalam medan elektromagnetik (Pauli, 1927).

Mari kita periksa salah satunya. Operator hat S(z) adalah

$$\hat{S}_z = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Jika dikenakan pada

$$|+\rangle_z = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

maka

$$\hat{S}_z|+\rangle_z = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{\hbar}{2}|+\rangle_z.$$

Jadi |+⟩(z) memang eigenstate dari hat S(z) dengan eigenvalue +hbar/2.

Untuk |-⟩(z),

$$\hat{S}_z|-\rangle_z = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = -\frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = -\frac{\hbar}{2}|-\rangle_z.$$

Jadi |-⟩(z) memiliki eigenvalue -hbar/2.

15.5 Mengukur spin pada arah berbeda

Salah satu ciri paling kuantum dari spin adalah ini: keadaan yang pasti terhadap hat $S_{(z)}$ belum tentu pasti terhadap hat S_x.

Operator hat S_x adalah

$$\hat{S}_x = \frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Eigenstate dari hat S_x adalah

$$|+\rangle_x = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$|-\rangle_x = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Dalam basis z, ini berarti

$$|+\rangle_x = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|+\rangle_z + |-\rangle_z\right),$$

$$|-\rangle_x = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|+\rangle_z - |-\rangle_z\right).$$

Sebaliknya,

$$|+\rangle_z = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|+\rangle_x + |-\rangle_x\right).$$

Contoh: spin siap +z, lalu diukur sepanjang x

Misalkan elektron dipersiapkan dalam keadaan

$$|+\rangle_z.$$

Artinya, jika kita mengukur hat $S_{(z)}$, hasilnya pasti

$$+\frac{\hbar}{2}.$$

Tetapi jika kita mengukur hat S_x, kita harus menulis keadaan itu dalam basis x:

$$|+\rangle_z = \frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle_x + \frac{1}{\sqrt{2}}|-\rangle_x.$$

Maka probabilitas memperoleh

$$+\frac{\hbar}{2}$$

untuk pengukuran S_x adalah

$$\left|\frac{1}{\sqrt{2}}\right|^2 = \frac{1}{2},$$

dan probabilitas memperoleh

$$-\frac{\hbar}{2}$$

juga

$$\frac{1}{2}.$$

Jadi keadaan yang sepenuhnya pasti terhadap $S_{(z)}$ menjadi tidak pasti terhadap S_x. Ini bukan karena alat ukur buruk, melainkan karena operator hat $S_{(z)}$ dan hat S_x tidak komutatif.

15.6 Relasi komutasi spin

Komponen-komponen spin memenuhi relasi komutasi momentum sudut:

$$[\hat{S}_x, \hat{S}_y] = i\hbar \hat{S}_z,$$

$$[\hat{S}_y, \hat{S}_z] = i\hbar \hat{S}_x,$$

$$[\hat{S}_z, \hat{S}_x] = i\hbar \hat{S}_y.$$

Secara ringkas,

$$[\hat{S}_i, \hat{S}_j] = i\hbar \epsilon_{ijk} \hat{S}_k.$$

Di sini ε_{ijk} adalah simbol Levi-Civita. Nilainya +1, -1, atau 0, tergantung urutan indeks. Relasi ini sama bentuknya dengan relasi komutasi momentum sudut orbital.

Mari kita verifikasi satu contoh menggunakan matriks Pauli.

Karena

$$\hat{S}_x = \frac{\hbar}{2}\sigma_x, \quad \hat{S}_y = \frac{\hbar}{2}\sigma_y,$$

maka

$$[\hat{S}_x, \hat{S}_y] = \frac{\hbar^2}{4}[\sigma_x, \sigma_y].$$

Hitung

$$\sigma_x \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix} = i\sigma_z.$$

Sementara itu,

$$\sigma_y \sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix} = -i\sigma_z.$$

Jadi

$$[\sigma_x, \sigma_y] = \sigma_x\sigma_y - \sigma_y\sigma_x = 2i\sigma_z.$$

Maka

$$[\hat{S}_x, \hat{S}_y] = \frac{\hbar^2}{4}(2i\sigma_z) = i\hbar\left(\frac{\hbar}{2}\sigma_z\right) = i\hbar\hat{S}_z.$$

Relasi ini menunjukkan bahwa tiga komponen spin tidak dapat semuanya mempunyai nilai pasti secara bersamaan. Jika $S_{(z)}$ diketahui pasti, maka S_x dan $S_{(y)}$ tidak dapat sekaligus diketahui pasti. Ini adalah bentuk khusus dari prinsip ketidakpastian untuk momentum sudut.

15.7 Besar spin: operator hat S²

Seperti momentum sudut orbital, spin juga memiliki operator besar kuadrat:

$$\hat{S}^2 = \hat{S}_x^2 + \hat{S}_y^2 + \hat{S}_z^2.$$

Untuk partikel spin-frac12, kita dapat menghitungnya dengan matriks Pauli. Karena

$$\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = \sigma_z^2 = I,$$

dengan

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

maka

$$\hat{S}_x^2 = \left(\frac{\hbar}{2}\right)^2 I,$$

dan demikian pula untuk y dan z. Jadi

$$\hat{S}^2 = 3\left(\frac{\hbar^2}{4}\right)I = \frac{3}{4}\hbar^2 I.$$

Dalam teori momentum sudut umum, eigenvalue hat S² ditulis

$$s(s+1)\hbar^2.$$

Untuk s=1/2,

$$s(s+1)\hbar^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+1\right)\hbar^2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}\hbar^2 = \frac{3}{4}\hbar^2.$$

Ini cocok dengan hasil matriks Pauli.

Jadi elektron memiliki besar spin tetap:

$$\sqrt{s(s+1)}\hbar = \sqrt{\frac{3}{4}}\hbar = \frac{\sqrt{3}}{2}\hbar.$$

Namun komponen spin pada satu sumbu hanya dapat bernilai

$$+\frac{\hbar}{2} \quad \text{atau} \quad -\frac{\hbar}{2}.$$

Perbedaan antara besar total dan komponen pada satu sumbu adalah hal yang biasa dalam momentum sudut kuantum.

15.8 Spin pada arah sembarang

Kita tidak harus mengukur spin hanya sepanjang sumbu x, y, atau z. Jika hatmathbf n adalah vektor satuan yang menunjuk suatu arah dalam ruang, maka operator spin sepanjang arah itu adalah

$$\hat{S}_{\mathbf{n}} = \hat{\mathbf{S}}\cdot\hat{\mathbf{n}}.$$

Jika

$$\hat{\mathbf{n}} = (\sin\theta\cos\phi, \sin\theta\sin\phi, \cos\theta),$$

maka

$$\hat{S}_{\mathbf{n}} = \hat{S}_x \sin\theta\cos\phi + \hat{S}_y \sin\theta\sin\phi + \hat{S}_z \cos\theta.$$

Untuk spin-frac12, hasil pengukuran hat S(mathbf n) selalu hanya dua kemungkinan:

$$+\frac{\hbar}{2} \quad \text{atau} \quad -\frac{\hbar}{2}.$$

Eigenstate dengan hasil +hbar/2 sepanjang arah hatmathbf n dapat ditulis, dalam basis z, sebagai

$$|+\rangle_{\mathbf{n}} = \begin{pmatrix} \cos(\theta/2) \\ e^{i\phi}\sin(\theta/2) \end{pmatrix}.$$

Bentuk ini memperlihatkan ciri khas spin-frac12: sudut yang muncul adalah θ/2, bukan θ. Ini berkaitan dengan fakta bahwa spinor berubah dengan cara yang berbeda dari vektor biasa di bawah rotasi. Secara matematis, spin-frac12 terkait dengan representasi dua-dimensi dari grup rotasi melalui struktur SU(2), sebagaimana dibahas dalam banyak teks mekanika kuantum tingkat lanjut dan sarjana (Griffiths & Schroeter, 2018).

Contoh: probabilitas dari +z ke arah hatmathbf n

Misalkan spin dipersiapkan dalam keadaan

$$|+\rangle_z = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Probabilitas memperoleh hasil +hbar/2 ketika mengukur sepanjang arah hatmathbf n adalah

$$P(+\mathbf{n}) = \left|{}_{\mathbf{n}}\langle + | + \rangle_z\right|^2.$$

Karena

$$|+\rangle_{\mathbf{n}} = \begin{pmatrix} \cos(\theta/2) \\ e^{i\phi}\sin(\theta/2) \end{pmatrix},$$

maka

$$_{\mathbf{n}}\langle +| = \begin{pmatrix} \cos(\theta/2) & e^{-i\phi}\sin(\theta/2) \end{pmatrix}.$$

Jadi

$$_{\mathbf{n}}\langle +|+\rangle_z = \cos(\theta/2).$$

Maka

$$P(+\mathbf{n}) = \cos^2(\theta/2).$$

Jika θ=0, arah hatmathbf n sama dengan z, sehingga

$$P(+\mathbf{n}) = \cos^2 0 = 1.$$

Jika θ=π/2, arah hatmathbf n tegak lurus terhadap z, misalnya arah x, maka

$$P(+\mathbf{n}) = \cos^2(\pi/4) = \frac{1}{2}.$$

Jika θ=π, arah hatmathbf n adalah -z, maka

$$P(+\mathbf{n}) = \cos^2(\pi/2) = 0.$$

Ini sesuai intuisi kuantum: keadaan +z pasti memberi hasil +z, pasti memberi hasil - jika diukur terhadap arah berlawanan, dan memberi peluang setengah-setengah jika diukur terhadap arah tegak lurus.

15.9 Momen magnetik orbital

Sebelum membahas momen magnetik spin, kita perlu memahami momen magnetik orbital.

Dalam elektromagnetisme klasik, arus listrik yang mengalir dalam lintasan tertutup menghasilkan momen magnetik. Elektron yang bergerak mengelilingi inti dapat dipandang, secara kasar, sebagai arus kecil. Karena itu gerak orbital elektron menghasilkan momen magnetik.

Untuk partikel bermuatan q dan bermassa m, momen magnetik orbital berhubungan dengan momentum sudut orbital melalui

$$\boldsymbol{\mu}_L = \frac{q}{2m}\mathbf{L}.$$

Untuk elektron, muatannya

$$q = -e,$$

dengan e>0 menyatakan besar muatan elementer. Maka

$$\boldsymbol{\mu}_L = -\frac{e}{2m_e}\mathbf{L}.$$

Kita mendefinisikan magneton Bohr sebagai

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}.$$

Dengan definisi ini,

$$\boldsymbol{\mu}_L = -\mu_B \frac{\mathbf{L}}{\hbar}.$$

Tanda negatif penting. Karena elektron bermuatan negatif, momen magnetik orbitalnya berlawanan arah dengan momentum sudut orbitalnya.

Dalam bentuk operator,

$$\hat{\boldsymbol{\mu}}_L = -\mu_B \frac{\hat{\mathbf{L}}}{\hbar}.$$

Jika sebuah atom berada dalam medan magnet luar mathbf B, energi interaksi magnetiknya adalah

$$\hat{H}_{\text{int}} = -\hat{\boldsymbol{\mu}} \cdot \mathbf{B}.$$

Untuk momen magnetik orbital elektron,

$$\hat{H}_{\text{orb}} = -\hat{\boldsymbol{\mu}}_L \cdot \mathbf{B}.$$

Jika medan magnet sepanjang sumbu z,

$$\mathbf{B} = B\hat{\mathbf{z}},$$

maka

$$\hat{H}_{\text{orb}} = -\hat{\mu}_{L,z} B.$$

Karena

$$\hat{\mu}_{L,z} = -\mu_B \frac{\hat{L}_z}{\hbar},$$

maka

$$\hat{H}_{\text{orb}} = \mu_B B \frac{\hat{L}_z}{\hbar}.$$

Jika keadaan memiliki

$$\hat{L}_z = m\hbar,$$

maka pergeseran energinya adalah

$$\Delta E_{\text{orb}} = \mu_B B m.$$

Ini adalah salah satu dasar efek Zeeman orbital, yaitu pemisahan tingkat energi atom dalam medan magnet.

15.10 Momen magnetik spin

Elektron juga memiliki momen magnetik intrinsik yang berkaitan dengan spin. Untuk elektron, hubungan antara momen magnetik spin dan spin adalah

$$\hat{\boldsymbol{\mu}}_S = -g_s \mu_B \frac{\hat{\mathbf{S}}}{\hbar}.$$

Di sini g_s disebut faktor-g spin elektron. Secara kasar,

$$g_s \approx 2.$$

Nilai yang lebih tepat sedikit lebih besar dari 2 karena koreksi elektrodinamika kuantum, tetapi untuk mekanika kuantum nonrelativistik dasar biasanya cukup memakai $g_s$simeq 2. Fakta bahwa faktor g spin elektron mendekati 2 muncul secara alami dalam teori Dirac untuk elektron relativistik (Dirac, 1928).

Sekali lagi tanda negatif muncul karena elektron bermuatan negatif. Karena itu momen magnetik spin elektron berlawanan arah dengan spinnya.

Energi interaksi spin dengan medan magnet adalah

$$\hat{H}_S = -\hat{\boldsymbol{\mu}}_S \cdot \mathbf{B}.$$

Jika medan magnet sepanjang z,

$$\mathbf{B} = B\hat{\mathbf{z}},$$

maka

$$\hat{H}_S = -\hat{\mu}_{S,z} B.$$

Karena

$$\hat{\mu}_{S,z} = -g_s \mu_B \frac{\hat{S}_z}{\hbar},$$

maka

$$\hat{H}_S = g_s \mu_B B \frac{\hat{S}_z}{\hbar}.$$

Untuk eigenstate hat S(z),

$$\hat{S}_z |+\rangle_z = +\frac{\hbar}{2} |+\rangle_z,$$

$$\hat{S}_z |-\rangle_z = -\frac{\hbar}{2} |-\rangle_z.$$

Maka energinya

$$E_+ = +\frac{g_s \mu_B B}{2},$$

$$E_- = -\frac{g_s \mu_B B}{2}.$$

Selisih energinya adalah

$$\Delta E = E_+ - E_- = g_s \mu_B B.$$

Contoh: dua tingkat energi spin dalam medan magnet

Misalkan elektron berada dalam medan magnet seragam sepanjang z. Keadaan spin +z dan -z, yang tanpa medan magnet dapat memiliki energi sama, sekarang terpisah.

Jika $g_s$simeq 2, maka

$$\Delta E \simeq 2\mu_B B.$$

Semakin kuat medan magnet, semakin besar pemisahan energi. Prinsip inilah yang berada di balik banyak fenomena resonansi magnetik, termasuk gagasan dasar resonansi spin: medan magnet memisahkan tingkat energi spin, lalu radiasi dengan frekuensi yang sesuai dapat memicu transisi di antara keduanya.

15.11 Precesi spin

Spin dalam medan magnet tidak hanya memiliki energi yang berubah. Arah nilai harapan spin juga dapat berputar terhadap waktu. Gerak ini disebut precesi.

Precesi adalah gerak ketika suatu vektor berputar mengelilingi suatu sumbu. Dalam fisika klasik, gasing yang miring di medan gravitasi dapat mengalami precesi. Dalam mekanika kuantum, nilai harapan spin dapat berprecesi mengelilingi arah medan magnet.

Ambil medan magnet seragam

$$\mathbf{B} = B\hat{\mathbf{z}}.$$

Untuk elektron,

$$\hat{H}_S = g_s \mu_B B \frac{\hat{S}_z}{\hbar}.$$

Karena

$$\hat{S}_z = \frac{\hbar}{2}\sigma_z,$$

maka

$$\hat{H}_S = \frac{g_s \mu_B B}{2}\sigma_z.$$

Definisikan

$$\Omega = \frac{g_s \mu_B B}{\hbar}.$$

Maka

$$\hat{H}_S = \frac{\hbar\Omega}{2}\sigma_z.$$

Jika keadaan awal spin adalah

$$|\chi(0)\rangle = \alpha|+\rangle_z + \beta|-\rangle_z,$$

maka evolusi waktunya diberikan oleh faktor fase energi:

$$|\chi(t)\rangle = \alpha e^{-i\Omega t/2}|+\rangle_z + \beta e^{+i\Omega t/2}|-\rangle_z.$$

Perhatikan bahwa kedua komponen memperoleh fase yang berbeda. Perbedaan fase relatif in

Document information

Bab 15: Spin dan Momen Magnetik

Project	Mekanika Kuantum
Document	Document 1.19
Author	terry.mart
Verifier	Not verified
Downloaded	July 06, 2026 01:20 KST
Status	Working
Document link	https://www.theorytrace.com/projects/mekanika-kuantum/documents/bab-15-spin-dan--momen-magnetik/