Bab 4: Keadaan Kuantum dan Fungsi Gelombang

Pada bab sebelumnya kita melihat bahwa elektron, foton, dan entitas kuantum lain tidak cocok dipaksa menjadi “partikel klasik kecil” atau “gelombang klasik biasa”. Dalam eksperimen celah ganda, misalnya, pola interferensi muncul seolah-olah ada sifat gelombang. Namun ketika dideteksi, elektron muncul sebagai kejadian terlokalisasi pada layar, seolah-olah ada sifat partikel. Kesimpulan pentingnya bukan bahwa elektron berganti-ganti menjadi partikel klasik dan gelombang klasik, melainkan bahwa bahasa klasik tidak cukup.

Bab ini memperkenalkan bahasa baru itu: keadaan kuantum dan, dalam representasi posisi, fungsi gelombang. Di sinilah mekanika kuantum mulai berbeda secara mendasar dari mekanika klasik.

Dalam mekanika klasik, keadaan sebuah partikel pada satu dimensi dapat diberikan oleh dua bilangan: posisi x dan momentum p. Jika kita tahu x dan p, lalu tahu gaya yang bekerja, kita dapat menghitung lintasan berikutnya. Dalam mekanika kuantum, keadaan tidak diberikan oleh posisi dan momentum pasti secara bersamaan. Keadaan diberikan oleh objek matematis yang memuat amplitudo probabilitas. Dari amplitudo ini kita menghitung peluang hasil pengukuran.

Gagasan ini bukan tambahan kecil pada mekanika klasik. Ini adalah perubahan struktur teori. Max Born mengusulkan bahwa kuadrat modulus fungsi gelombang memberi probabilitas, bukan kerapatan materi atau muatan secara langsung (Born, 1926). Penafsiran ini kemudian menjadi bagian inti dari formulasi standar mekanika kuantum sebagaimana dipakai dalam buku teks modern (Griffiths & Schroeter, 2018; Shankar, 1994).

Tujuan bab ini adalah menjawab empat pertanyaan dasar:

1. Apa yang dimaksud dengan keadaan kuantum?
2. Apa itu fungsi gelombang?
3. Mengapa fungsi gelombang berhubungan dengan probabilitas?
4. Bagaimana menormalkan fungsi gelombang agar memberi prediksi fisis yang benar?

Kita akan berjalan perlahan, karena konsep ini akan menjadi fondasi hampir semua bab berikutnya.

4.1 Keadaan: dari kepastian klasik ke informasi kuantum

Dalam fisika, kata keadaan berarti informasi yang diperlukan untuk memprediksi perilaku sistem fisis menurut teori yang sedang digunakan.

Untuk sistem klasik sederhana, misalnya sebuah partikel bermassa m yang bergerak pada satu garis, keadaan pada waktu t biasanya ditulis sebagai

$$(x(t), p(t)),$$

dengan x(t) posisi dan p(t)=mv(t) momentum. Jika gaya diketahui, hukum Newton menentukan bagaimana x dan p berubah. Dengan kata lain, mekanika klasik memandang keadaan sebagai titik dalam ruang fase.

Contoh sederhana:

Sebuah bola bergerak di atas meja licin. Jika pada waktu awal kita tahu posisinya x_0 dan momentumnya p_0, maka, jika tidak ada gaya horizontal, posisinya pada waktu berikutnya adalah

$$x(t) = x_0 + \frac{p_0}{m} t.$$

Di sini posisi dan momentum dianggap punya nilai pasti, baik kita mengukurnya maupun tidak. Pengukuran hanya bertugas menemukan nilai yang sudah ada.

Dalam mekanika kuantum, keadaan memiliki makna yang berbeda. Keadaan kuantum bukan daftar posisi dan momentum pasti. Keadaan kuantum adalah objek yang memungkinkan kita menghitung peluang berbagai hasil pengukuran. Dalam formulasi umum, keadaan kuantum dinyatakan sebagai vektor dalam ruang Hilbert; bab berikutnya akan membahas struktur ini lebih sistematis. Dalam bab ini kita memakai bentuk yang lebih konkret: fungsi gelombang ψ(x,t).

Secara ringkas:

$$\text{keadaan klasik: } (x, p),$$

sedangkan

$$\text{keadaan kuantum dalam representasi posisi: } \psi(x,t).$$

Perbedaan ini sangat penting. Fungsi gelombang bukan sekadar cara lain menulis lintasan klasik. Ia bukan mengatakan, “partikel sebenarnya berada di x(t), tetapi kita belum tahu.” Fungsi gelombang memberi amplitudo probabilitas untuk berbagai kemungkinan hasil pengukuran posisi.

4.2 Apa itu fungsi gelombang?

Untuk partikel kuantum satu dimensi, fungsi gelombang adalah fungsi kompleks

$$\psi(x,t),$$

yang bergantung pada posisi x dan waktu t. Nilai ψ(x,t) pada suatu titik tidak langsung sama dengan besaran yang dapat diukur seperti posisi, momentum, atau energi. Yang dapat langsung dihubungkan dengan hasil pengukuran posisi adalah

$$|\psi(x,t)|^2.$$

Notasi $|\psi|^2$ berarti

$$|\psi|^2 = \psi^* \psi,$$

dengan ψ^ adalah kompleks konjugat dari ψ.

Mengapa fungsi gelombang boleh kompleks? Karena bilangan kompleks menyimpan dua informasi sekaligus: besar dan fase. Jika

$$\psi = Ae^{i\theta},$$

maka A adalah besar amplitudo dan θ adalah fase. Fase ini tidak selalu terlihat dalam probabilitas tunggal $|\psi|^2$, tetapi menjadi sangat penting ketika dua amplitudo bertemu dan berinterferensi. Formulasi gelombang mekanika kuantum yang dikembangkan Schrödinger memang memakai fungsi gelombang sebagai objek utama untuk menghitung keadaan dan evolusinya (Schrödinger, 1926).

Contoh awal:

Misalkan pada suatu waktu fungsi gelombang partikel di satu dimensi besar di sekitar x=0, kecil jauh dari x=0, dan hampir nol di daerah lain. Maka jika kita mengukur posisi partikel, peluang menemukan partikel di dekat x=0 besar. Namun sebelum pengukuran, teori kuantum tidak mengatakan bahwa partikel mempunyai posisi klasik pasti yang hanya tidak kita ketahui. Yang diberikan oleh keadaan adalah distribusi peluang hasil pengukuran.

Ini berbeda dari awan gas klasik. Pada gas klasik, distribusi probabilitas sering muncul karena kita tidak tahu posisi tiap molekul. Dalam mekanika kuantum, bahkan untuk satu partikel yang disiapkan seidentik mungkin, hasil pengukuran posisi dapat tersebar menurut $|\psi|^2$. Probabilitas adalah bagian dari struktur teori, bukan hanya tanda ketidaktahuan praktis.

4.3 Amplitudo probabilitas dan probabilitas

Kita perlu membedakan dua istilah:

Probabilitas adalah bilangan nyata antara 0 dan 1 yang menyatakan peluang suatu kejadian.

Amplitudo probabilitas adalah bilangan, umumnya kompleks, yang harus diolah terlebih dahulu untuk menghasilkan probabilitas.

Dalam mekanika kuantum, fungsi gelombang $\psi(x,t)$ adalah amplitudo probabilitas untuk posisi. Untuk mendapatkan probabilitas, kita mengambil kuadrat modulusnya.

Interpretasi Born menyatakan bahwa untuk partikel satu dimensi,

$$|\psi(x,t)|^2 \, dx$$

adalah peluang menemukan partikel di antara x dan x+dx pada waktu t (Born, 1926). Dengan demikian, $|\psi(x,t)|^2$ sendiri bukan probabilitas, melainkan rapat probabilitas.

Perbedaannya halus tetapi penting.

Jika $\rho(x)$ adalah rapat probabilitas, maka peluang menemukan partikel dalam interval [a,b] adalah

$$P(a \leq x \leq b) = \int_a^b \rho(x)\, dx.$$

Dalam mekanika kuantum posisi,

$$\rho(x,t) = |\psi(x,t)|^2,$$

sehingga

$$P(a \leq x \leq b) = \int_a^b |\psi(x,t)|^2\, dx.$$

Contoh:

Misalkan sebuah partikel hanya mungkin ditemukan pada interval $0 \leq x \leq L$, dan fungsi gelombangnya mempunyai besar konstan di interval itu:

$$\psi(x) = A, \qquad 0 \leq x \leq L,$$

serta

$$\psi(x) = 0$$

di luar interval. Maka rapat probabilitasnya adalah

$$|\psi(x)|^2 = |A|^2$$

di dalam interval. Peluang menemukan partikel antara 0 dan L/2 adalah

$$P(0 \leq x \leq L/2) = \int_0^{L/2} |A|^2\, dx = |A|^2 \frac{L}{2}.$$

Jika fungsi gelombang sudah dinormalisasi, kita akan memperoleh $|A|^2=1/L$, sehingga

$$P(0 \le x \le L/2) = \frac{1}{L}\frac{L}{2} = \frac{1}{2}.$$

Artinya, untuk fungsi gelombang yang tersebar merata di antara 0 dan L, peluang menemukan partikel di setengah kiri kotak adalah 1/2.

4.4 Normalisasi: syarat agar probabilitas total bernilai satu

Jika partikel benar-benar ada di suatu tempat pada garis, maka peluang menemukannya di seluruh ruang harus sama dengan 1. Ini memberi syarat

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(x,t)|^2 \, dx = 1.$$

Syarat ini disebut normalisasi.

Secara fisis, normalisasi berarti total peluang semua kemungkinan hasil posisi adalah 100%. Secara matematis, normalisasi memilih besar keseluruhan fungsi gelombang agar $|\psi|^2$ dapat ditafsirkan sebagai rapat probabilitas.

Contoh normalisasi pada interval terbatas:

Misalkan

$$\psi(x) = A, \qquad 0 \le x \le L,$$

dan nol di luar interval. Syarat normalisasi memberi

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(x)|^2 \, dx = \int_0^L |A|^2 \, dx = |A|^2 L = 1.$$

Maka

$$|A|^2 = \frac{1}{L}.$$

Jika kita memilih A nyata dan positif, maka

$$A = \frac{1}{\sqrt{L}}.$$

Jadi fungsi gelombang ternormalisasi adalah

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{L}}, \qquad 0 \le x \le L.$$

Perhatikan satuan A. Karena $|\psi|^2$ dx harus tak berdimensi, maka dalam satu dimensi $|\psi|^2$ berdimensi 1/panjang, sehingga ψ berdimensi

$$\frac{1}{\sqrt{\text{panjang}}}.$$

Ini sering terlupakan. Fungsi gelombang bukan selalu bilangan tanpa satuan.

4.5 Fungsi gelombang dalam tiga dimensi

Untuk partikel dalam ruang tiga dimensi, posisi dinyatakan oleh vektor

$$\mathbf{r} = (x, y, z).$$

Fungsi gelombang menjadi

$$\psi(\mathbf{r}, t) = \psi(x, y, z, t).$$

Interpretasi Born dalam tiga dimensi adalah

$$|\psi(\mathbf{r}, t)|^2 \, d^3r$$

merupakan peluang menemukan partikel dalam elemen volume kecil d^3r di sekitar titik r. Dalam koordinat Kartesius,

$$d^3r = dx\,dy\,dz.$$

Normalisasi menjadi

$$\int_{\mathbb{R}^3} |\psi(\mathbf{r},t)|^2\, d^3r = 1.$$

Contoh fisis:

Elektron dalam atom hidrogen tidak digambarkan sebagai planet kecil yang mengorbit inti pada lintasan tertentu. Dalam mekanika kuantum nonrelativistik, keadaan elektron dapat dinyatakan dengan fungsi gelombang tiga dimensi. Kuadrat modulus fungsi gelombang memberi rapat probabilitas posisi elektron. Bentuk-bentuk rapat probabilitas inilah yang dalam kimia sering divisualisasikan sebagai orbital. Bab 14 akan membahas atom hidrogen secara lebih lengkap.

Perlu hati-hati: orbital bukan lintasan. Gambar orbital menunjukkan daerah dengan peluang besar menemukan elektron, bukan jalur yang dilalui elektron seperti planet mengelilingi Matahari.

4.6 Fungsi gelombang bukan gelombang klasik biasa

Nama “fungsi gelombang” dapat menyesatkan jika kita membayangkannya seperti gelombang air atau gelombang bunyi. Gelombang air adalah perubahan tinggi permukaan air. Gelombang bunyi adalah perubahan tekanan udara. Keduanya adalah gelombang dalam medium klasik.

Fungsi gelombang berbeda. Ia bukan gelombang materi yang menyebar seperti cairan di ruang. Yang menyebar adalah amplitudo probabilitas.

Misalnya, jika fungsi gelombang elektron melebar dalam ruang, itu tidak berarti elektron menjadi bola bermuatan yang encer. Artinya, peluang hasil pengukuran posisi tersebar pada daerah yang lebih lebar.

Ini penting untuk menghindari gambaran keliru. Jika elektron benar-benar dianggap sebagai sebaran muatan klasik, maka kita harus menjelaskan mengapa ketika dideteksi pada layar, elektron muncul sebagai satu kejadian terlokalisasi. Mekanika kuantum tidak menyamakan fungsi gelombang dengan sebaran materi klasik; fungsi gelombang adalah alat prediksi probabilitas hasil pengukuran.

Namun fungsi gelombang juga bukan sekadar catatan ketidaktahuan biasa. Fase fungsi gelombang dapat menghasilkan interferensi, dan interferensi ini tidak muncul jika kita hanya memakai probabilitas klasik biasa.

4.7 Mengapa amplitudo dijumlahkan, bukan probabilitas?

Salah satu perbedaan terdalam antara teori klasik dan kuantum muncul pada aturan penjumlahan.

Dalam probabilitas klasik, jika suatu kejadian dapat terjadi melalui dua alternatif yang saling eksklusif, kita menjumlahkan probabilitasnya. Misalnya, jika sebuah bola bisa masuk kotak melalui pintu A atau pintu B, dan kedua alternatif tidak saling memengaruhi, maka

$$P = P_A + P_B.$$

Dalam mekanika kuantum, jika dua alternatif tidak dibedakan oleh pengukuran, yang dijumlahkan adalah amplitudo, bukan probabilitas. Jika amplitudo melalui alternatif 1 adalah ψ_1, dan melalui alternatif 2 adalah ψ_2, maka amplitudo total adalah

$$\psi = \psi_1 + \psi_2.$$

Probabilitasnya adalah

$$|\psi|^2 = |\psi_1 + \psi_2|^2.$$

Jika kita kembangkan,

$$|\psi_1 + \psi_2|^2 = |\psi_1|^2 + |\psi_2|^2 + 2\,\mathrm{Re}(\psi_1^* \psi_2).$$

Suku terakhir,

$$2\,\mathrm{Re}(\psi_1^* \psi_2),$$

disebut suku interferensi. Suku ini dapat positif, negatif, atau nol, bergantung pada fase relatif antara ψ_1 dan ψ_2.

Inilah inti pola celah ganda. Jika informasi “melalui celah mana” tidak tersedia, amplitudo dari dua celah dijumlahkan dan menghasilkan interferensi. Jika jalur diukur sehingga alternatif menjadi dapat dibedakan, pola interferensi hilang dalam formulasi standar karena prediksi probabilitas berubah dari penjumlahan amplitudo menjadi campuran probabilitas untuk hasil yang dibedakan (Griffiths & Schroeter, 2018).

Contoh matematis sederhana:

Misalkan di suatu titik layar amplitudo dari celah 1 adalah

$$\psi_1 = A,$$

dan dari celah 2 adalah

$$\psi_2 = A.$$

Maka

$$\psi = \psi_1 + \psi_2 = 2A,$$

sehingga

$$|\psi|^2 = 4|A|^2.$$

Jika kita menjumlahkan probabilitas klasik, hasilnya hanya

$$|\psi_1|^2 + |\psi_2|^2 = 2|A|^2.$$

Jadi di titik itu probabilitas kuantum bisa dua kali lebih besar daripada penjumlahan klasik.

Tetapi jika amplitudo kedua berbeda fase sebesar π, misalnya

$$\psi_1 = A, \qquad \psi_2 = -A,$$

maka

$$\psi = \psi_1 + \psi_2 = 0,$$

dan

$$|\psi|^2 = 0.$$

Padahal masing-masing celah sendiri memberi kontribusi $|A|^2$. Ini adalah interferensi destruktif. Probabilitas klasik biasa tidak memiliki mekanisme seperti ini.

4.8 Fase: informasi yang tidak tampak langsung dalam $|\psi|^2$

Karena probabilitas posisi diberikan oleh $|\psi|^2$, dua fungsi gelombang yang berbeda fase keseluruhan dapat memberi distribusi posisi yang sama. Misalnya

$$\psi(x)$$

dan

$$e^{i\alpha}\psi(x),$$

dengan α bilangan nyata konstan, memiliki kuadrat modulus yang sama:

$$|e^{i\alpha}\psi(x)|^2 = |\psi(x)|^2.$$

Fase konstan seperti ini disebut fase global. Dalam mekanika kuantum standar, fase global tidak mengubah prediksi pengukuran.

Namun jangan menyimpulkan bahwa fase selalu tidak penting. Yang penting adalah fase relatif. Jika fungsi gelombang merupakan gabungan dua bagian,

$$\psi(x) = \psi_1(x) + \psi_2(x),$$

maka fase relatif antara ψ_1 dan ψ_2 memengaruhi suku interferensi. Karena itu, dua keadaan dapat memiliki distribusi posisi awal yang sama tetapi perilaku interferensi atau momentum yang berbeda.

Contoh:

Bandingkan dua fungsi gelombang

$$\psi_+(x) = Ae^{ikx}$$

dan

$$\psi_-(x) = Ae^{-ikx}.$$

Keduanya memiliki

$$|\psi_+(x)|^2 = |A|^2, \qquad |\psi_-(x)|^2 = |A|^2.$$

Jadi distribusi posisi seragam untuk keduanya. Tetapi keduanya berhubungan dengan momentum yang berbeda arah. Fase yang berubah terhadap x menyimpan informasi fisis tentang momentum. Hubungan antara fungsi gelombang dan momentum akan menjadi semakin jelas ketika kita membahas operator momentum dan transformasi Fourier pada bab-bab berikutnya.

4.9 Superposisi: keadaan baru dari penjumlahan keadaan

Superposisi adalah prinsip bahwa jika ψ_1 dan ψ_2 adalah fungsi gelombang yang mungkin untuk suatu sistem kuantum, maka kombinasi linear

$$\psi = c_1\psi_1 + c_2\psi_2$$

juga dapat menjadi fungsi gelombang yang mungkin, asalkan dapat dinormalisasi. Di sini c_1 dan c_2 adalah bilangan kompleks.

Prinsip superposisi adalah bagian dasar formulasi mekanika kuantum. Dalam bahasa yang lebih umum, keadaan kuantum adalah vektor, dan superposisi adalah penjumlahan vektor keadaan (Dirac, 1958; Shankar, 1994).

Contoh sederhana:

Misalkan sebuah partikel dalam kotak dapat berada dalam keadaan energi rendah $\psi_1(x)$ atau keadaan energi lebih tinggi $\psi_2(x)$. Mekanika kuantum memungkinkan keadaan

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}\psi_1(x) + \frac{1}{\sqrt{2}}\psi_2(x),$$

yang bukan berarti partikel "sebagian benar-benar di keadaan 1 dan sebagian benar-benar di keadaan 2" seperti campuran klasik. Ini adalah keadaan tunggal yang memiliki amplitudo terhadap kedua keadaan. Jika energi diukur, hasilnya dapat berupa energi keadaan 1 atau energi keadaan 2 dengan peluang tertentu. Tetapi sebelum pengukuran energi, keadaan superposisi memiliki sifat yang tidak sama dengan sekadar ketidaktahuan klasik tentang keadaan mana yang sebenarnya terjadi.

Perbedaan antara superposisi dan campuran statistik akan dibahas lebih mendalam pada Bab 18 ketika kita membahas pengukuran dan dekoherensi. Untuk sekarang, ingatlah bahwa superposisi adalah penjumlahan amplitudo, bukan penjumlahan benda klasik.

4.10 Contoh penting: paket gelombang Gaussian

Fungsi gelombang yang tersebar merata di seluruh ruang sering tidak dapat dinormalisasi. Misalnya gelombang bidang ideal

$$\psi(x) = Ae^{ikx}$$

memiliki

$$|\psi(x)|^2 = |A|^2$$

di semua x. Integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} |A|^2 \, dx$$

tak hingga jika $A \neq 0$. Jadi gelombang bidang ideal tidak dapat dinormalisasi sebagai keadaan satu partikel yang benar-benar terlokalisasi di seluruh garis. Dalam praktik teori, gelombang bidang tetap berguna sebagai idealisasi, terutama untuk keadaan momentum pasti, tetapi keadaan partikel yang lebih realistis biasanya berupa paket gelombang.

Salah satu paket gelombang paling penting adalah Gaussian:

$$\psi(x) = A \exp\left[-\frac{(x-x_0)^2}{4\sigma^2}\right] e^{ik_0 x}.$$

Mari kita baca rumus ini perlahan.

Faktor

$$\exp\left[-\frac{(x-x_0)^2}{4\sigma^2}\right]$$

membuat fungsi gelombang besar di sekitar $x=x_0$ dan kecil jauh dari x_0. Parameter σ mengukur lebar sebaran probabilitas.

Faktor

$$e^{ik_0 x}$$

memberi fase yang berubah terhadap posisi. Fase ini berhubungan dengan momentum rata-rata partikel.

Kuadrat modulusnya adalah

$$|\psi(x)|^2 = |A|^2 \exp\left[-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}\right].$$

Normalisasi menuntut

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(x)|^2 \, dx = 1.$$

Karena

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}\right] dx = \sqrt{2\pi}\sigma,$$

maka

$$|A|^2\sqrt{2\pi}\sigma = 1.$$

Jika A dipilih nyata positif,

$$A = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{1/4}}.$$

Jadi paket Gaussian ternormalisasi adalah

$$\psi(x) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{1/4}} \exp\left[-\frac{(x-x_0)^2}{4\sigma^2}\right] e^{ik_0 x}.$$

Secara fisis, ini menggambarkan partikel yang paling mungkin ditemukan di dekat x_0, dengan sebaran posisi sekitar σ, dan dengan informasi fase yang berkaitan dengan momentum. Paket gelombang seperti ini menjadi jembatan penting antara gambaran kuantum dan gambaran klasik, karena pusat paket dapat bergerak menyerupai lintasan klasik dalam keadaan tertentu. Namun paket tetap bukan titik klasik: ia memiliki lebar, dapat menyebar, dan tunduk pada prinsip ketidakpastian.

4.11 Nilai harapan: rata-rata hasil banyak pengukuran

Karena mekanika kuantum memberi prediksi probabilitas, kita sering ingin menghitung rata-rata hasil pengukuran jika eksperimen yang sama diulang berkali-kali pada sistem yang disiapkan dalam keadaan sama. Rata-rata teoretis ini disebut nilai harapan.

Untuk posisi satu dimensi, nilai harapan posisi adalah

$$\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x|\psi(x,t)|^2\, dx.$$

Notasi ⟨ x⟩ dibaca “nilai harapan x”. Ini bukan berarti setiap pengukuran memberi hasil ⟨ x⟩. Artinya, jika kita menyiapkan banyak sistem identik dengan fungsi gelombang yang sama, lalu mengukur posisi masing-masing satu kali, rata-rata hasilnya mendekati ⟨ x⟩ ketika jumlah pengukuran sangat besar.

Contoh:

Jika partikel memiliki fungsi gelombang yang simetris terhadap x=0, maka $|\psi(x)|^2$ juga simetris. Dalam keadaan seperti itu,

$$\langle x\rangle = 0.$$

Tetapi ini tidak berarti partikel pasti ditemukan di x=0. Jika distribusi probabilitas melebar, banyak pengukuran dapat memberi hasil positif dan negatif. Rata-ratanya saja yang nol.

Inilah salah satu kebiasaan berpikir yang harus dibangun: nilai harapan bukan hasil individual, melainkan rata-rata statistik atas banyak pengulangan persiapan yang sama.

Untuk besaran lain, seperti momentum dan energi, nilai harapan dihitung memakai operator. Bab 6 akan memperkenalkan operator secara sistematis. Untuk sekarang, cukup pahami bahwa $|\psi|^2$ langsung memberi distribusi posisi, sedangkan besaran lain membutuhkan struktur matematis tambahan.

4.12 Apa yang diketahui dan apa yang tidak diketahui oleh fungsi gelombang?

Sebuah fungsi gelombang ternormalisasi memuat semua informasi yang diperlukan untuk menghitung probabilitas hasil pengukuran dalam formulasi standar mekanika kuantum nonrelativistik. Namun jenis informasi itu berbeda dari informasi klasik.

Dalam mekanika klasik, jika kita tahu keadaan (x,p), maka kita tahu posisi dan momentum pasti. Probabilitas muncul jika kita tidak mengetahui keadaan secara lengkap.

Dalam mekanika kuantum, bahkan jika fungsi gelombang diketahui sepenuhnya, hasil pengukuran tunggal umumnya tetap tidak dapat diprediksi dengan pasti. Yang dapat diprediksi adalah distribusi peluang.

Contoh:

Misalkan fungsi gelombang partikel terkonsentrasi dalam dua daerah terpisah, kiri dan kanan:

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}\psi_L(x) + \frac{1}{\sqrt{2}}\psi_R(x),$$

dengan $\psi_{(L)}$ terlokalisasi di kiri dan $\psi_{(R)}$ terlokalisasi di kanan. Jika kedua bagian tidak tumpang tindih dan sudah masing-masing ternormalisasi, maka peluang menemukan partikel di kiri adalah 1/2, dan peluang menemukan partikel di kanan adalah 1/2.

Dalam cara berpikir klasik, kita mungkin tergoda berkata: “Partikel sebenarnya sudah berada di kiri atau kanan, hanya saja kita belum tahu.” Tetapi keadaan superposisi kuantum dapat menghasilkan interferensi jika dua bagian itu kemudian dipertemukan kembali. Campuran klasik “50% kiri dan 50% kanan” tidak memberi prediksi interferensi yang sama. Karena itu, superposisi tidak boleh disamakan begitu saja dengan ketidaktahuan klasik.

Ini salah satu hal yang tidak dapat dilakukan mekanika klasik biasa: menjelaskan interferensi partikel tunggal melalui penjumlahan amplitudo kompleks. Mekanika klasik dapat memakai probabilitas untuk menyatakan ketidaktahuan, tetapi probabilitas klasik tidak memiliki fase relatif yang menghasilkan interferensi.

4.13 Syarat matematis dasar untuk fungsi gelombang

Tidak semua fungsi dapat menjadi fungsi gelombang yang sah. Untuk menjadi keadaan partikel tunggal yang dapat dinormalisasi dalam ruang satu dimensi, fungsi gelombang harus memenuhi syarat dasar:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(x)|^2 \, dx < \infty.$$

Fungsi seperti ini disebut kuadrat-terintegralkan. Jika integralnya hingga, kita dapat mengalikan fungsi tersebut dengan konstanta normalisasi agar total probabilitas menjadi 1.

Selain itu, dalam banyak persoalan mekanika kuantum nonrelativistik, fungsi gelombang perlu cukup mulus agar persamaan Schrödinger bermakna. Misalnya, jika energi kinetik melibatkan turunan kedua terhadap posisi, maka fungsi gelombang biasanya harus memiliki turunan yang sesuai pada daerah yang ditinjau. Syarat detailnya bergantung pada bentuk potensial dan domain operator Hamiltonian; pembahasan matematis lengkapnya termasuk topik ruang Hilbert dan operator, yang akan mulai kita bangun pada Bab 5 dan Bab 6.

Secara praktis untuk tahap awal, ingat tiga syarat kerja:

1. ψ harus dapat dinormalisasi untuk keadaan terikat biasa.
2. $|\psi|^2$ harus dapat ditafsirkan sebagai rapat probabilitas.
3. ψ harus memenuhi syarat batas yang sesuai dengan sistem fisis.

Contoh syarat batas:

Jika partikel berada dalam kotak satu dimensi dengan dinding tak hingga di x=0 dan x=L, maka partikel tidak boleh ditemukan di luar kotak. Fungsi gelombang di luar kotak nol. Selain itu, pada dinding biasanya syaratnya

$$\psi(0) = 0, \qquad \psi(L) = 0.$$

Syarat ini akan menghasilkan energi diskret pada Bab 10. Di sini kita cukup melihat bahwa bentuk fungsi gelombang tidak bebas sembarang; ia dibatasi oleh informasi fisis tentang sistem.

4.14 Perbandingan tajam dengan mekanika klasik

Mari kita kumpulkan perbedaan utama yang sudah muncul.

Dalam mekanika klasik, sebuah partikel pada satu waktu memiliki posisi dan momentum tertentu. Keadaan adalah titik dalam ruang fase. Jika keadaan awal diketahui secara tepat, evolusi berikutnya ditentukan oleh hukum gerak. Probabilitas biasanya muncul karena ketidaktahuan kita terhadap keadaan awal atau karena sistem terlalu rumit untuk dilacak.

Dalam mekanika kuantum, keadaan partikel dinyatakan oleh fungsi gelombang atau, lebih umum, vektor keadaan. Fungsi gelombang memberi amplitudo probabilitas. Kuadrat modulusnya memberi rapat probabilitas posisi. Hasil pengukuran tunggal tidak selalu dapat diprediksi dengan pasti, bahkan ketika keadaan kuantum diketahui. Fase amplitudo dapat menyebabkan interferensi, sesuatu yang tidak terdapat dalam probabilitas klasik biasa.

Perbedaan ini bukan hanya soal bahasa. Ia menjelaskan mengapa mekanika kuantum dapat menganalisis gejala yang gagal dijelaskan oleh mekanika klasik:

- pola interferensi partikel tunggal,
- tingkat energi diskret dalam sistem terikat,
- tunneling melalui penghalang potensial,
- struktur orbital atom,
- spin dan sistem dua keadaan,
- entanglement dan korelasi nonklasik.

Sebagian topik ini baru akan dibahas pada bab-bab berikutnya. Tetapi semuanya berakar pada perubahan konsep keadaan: dari titik klasik (x,p) menjadi amplitudo kuantum ψ.

4.15 Kesalahpahaman umum

Sebelum menutup bab, kita luruskan beberapa kesalahpahaman yang sering muncul.

Pertama, fungsi gelombang bukan lintasan. Mengetahui $\psi(x,t)$ tidak sama dengan mengetahui jalur partikel dari waktu ke waktu. Mekanika kuantum standar tidak menyusun prediksi dasar melalui lintasan klasik tersembunyi.

Kedua, $|\psi(x,t)|^2$ bukan jumlah materi yang tersebar di ruang. Ia adalah rapat probabilitas hasil pengukuran posisi. Jika elektron dideteksi, hasilnya muncul sebagai kejadian terlokalisasi, bukan sebagai pecahan elektron di banyak tempat.

Ketiga, probabilitas kuantum bukan sekadar ketidaktahuan klasik biasa. Superposisi dapat menghasilkan interferensi karena amplitudo kompleks memiliki fase. Campuran klasik tidak memiliki fase relatif seperti itu.

Keempat, normalisasi bukan formalitas matematika kosong. Tanpa normalisasi, $|\psi|^2$ tidak dapat dibaca sebagai rapat probabilitas yang sah.

Kelima, fase tidak boleh diabaikan. Fase global memang tidak mengubah prediksi, tetapi fase relatif menentukan interferensi dan menyimpan informasi fisis penting.

4.16 Ringkasan bab

Bab ini memperkenalkan konsep dasar keadaan kuantum melalui fungsi gelombang. Untuk partikel satu dimensi, fungsi gelombang ditulis

$$\psi(x,t).$$

Ia adalah amplitudo probabilitas, bukan posisi klasik partikel. Menurut interpretasi Born,

$$|\psi(x,t)|^2\,dx$$

adalah peluang menemukan partikel antara x dan x+dx. Karena total peluang harus satu, fungsi gelombang keadaan terikat harus memenuhi

$$\int_{-\infty}^{\infty}|\psi(x,t)|^2\,dx=1.$$

Kita juga melihat bahwa amplitudo, bukan probabilitas, yang dijumlahkan dalam superposisi kuantum. Karena amplitudo kompleks memiliki fase, penjumlahan amplitudo dapat menghasilkan interferensi. Inilah salah satu perbedaan mendasar antara mekanika kuantum dan mekanika klasik.

Pada bab berikutnya, kita akan memperluas gagasan ini. Fungsi gelombang akan dilihat sebagai salah satu representasi dari objek yang lebih umum: vektor keadaan dalam ruang

Document information

Bab 4: Keadaan Kuantum dan Fungsi Gelombang

Project	Mekanika Kuantum dari Prinsip Pertama
Document	Document 1.8
Author	mujirin
Verifier	Not verified
Downloaded	July 05, 2026 21:29 KST
Status	Working
Document link	https://www.theorytrace.com/projects/mekanika-kuantum-dari-prinsip-pertama/documents/bab-4-keadaan-kuantum-dan-fungsi-gelombang/