

## Bab 3: Bekal Matematika yang Diperlukan

Pada dua bab sebelumnya, kita belajar bahwa mekanika kuantum bukan sekadar kumpulan cerita aneh tentang atom. Ia adalah ilmu yang dibangun dari pengamatan, pengukuran, model, dan bukti. Sekarang kita sampai pada alat bantu yang sering membuat orang mundur sebelum mulai: matematika.

Mungkin Anda pernah berkata, atau mendengar orang berkata:

> “Saya tidak bisa fisika karena saya tidak kuat matematika.”

Kalimat itu sangat umum. Tetapi untuk perjalanan kita dalam buku ini, kita tidak perlu langsung menjadi ahli matematika. Kita hanya perlu cukup akrab dengan beberapa gagasan dasar agar rumus tidak terasa seperti bahasa asing.

Matematika dalam fisika mirip seperti resep dalam memasak. Resep tidak menggantikan pengalaman mencicipi makanan, tetapi membantu kita menyimpan pola: berapa banyak tepung, berapa lama dipanaskan, apa yang berubah jika air ditambah. Dalam fisika, rumus membantu kita menyimpan pola alam: bagaimana jarak berubah, bagaimana energi dihitung, bagaimana peluang ditulis, dan bagaimana sesuatu yang tidak terlihat langsung dapat dipahami melalui pengukuran. Banyak buku fisika dasar menekankan bahwa hukum fisika biasanya dinyatakan dengan hubungan matematis antara besaran-besaran yang dapat diukur, seperti jarak, waktu, massa, dan energi [Halliday, Resnick, & Walker, 2018].

Bab ini bukan ujian. Bab ini adalah dapur latihan. Kita akan memegang kembali beberapa alat matematika yang nanti sering muncul: bilangan, tanda sama dengan, satuan, grafik, pangkat, akar, perubahan, fungsi, dan cara membaca rumus dengan tenang.

Tujuan bab ini sederhana:

Setelah membaca bab ini, Anda tidak harus langsung mahir menghitung, tetapi Anda diharapkan tidak lagi panik ketika melihat rumus.

### Matematika Sebagai Bahasa Pola

Mari mulai dari hal paling sederhana.

Jika Anda membeli 3 kilogram beras, lalu besok membeli 2 kilogram lagi, Anda punya 5 kilogram beras. Kita menuliskannya:

$$3 + 2 = 5$$

Ini tampak biasa. Tetapi di balik tulisan kecil itu ada gagasan besar: kita sedang menyatakan pola. Polanya adalah, jika jumlah 3 digabung dengan jumlah 2, hasilnya 5.

Matematika adalah cara rapi untuk membicarakan pola. Pola bisa berupa jumlah barang, perubahan harga, kecepatan kendaraan, suhu air, atau peluang menemukan elektron di suatu tempat. Dalam fisika, matematika menjadi sangat berguna karena alam sering memperlihatkan pola yang dapat diukur dan dinyatakan dengan angka. Feynman, Leighton, dan Sands menekankan bahwa pemahaman fisika modern sangat terkait dengan kemampuan menyatakan hukum alam secara matematis, bukan karena alam “suka rumus”, tetapi karena rumus mampu merangkum hubungan yang tepat antara pengukuran [Feynman, Leighton, & Sands, 1963].

Namun jangan salah paham. Rumus bukan mantra. Rumus adalah kalimat pendek.

Misalnya:

$$\text{harga} = \text{jumlah} \times \text{harga per satuan}$$

Jika harga beras Rp15.000 per kilogram dan Anda membeli 3 kilogram, maka:

$$\text{harga} = 3 \times 15.000 = 45.000$$

Rumus itu tidak menakutkan jika kita membacanya sebagai kalimat:

> Harga total sama dengan jumlah barang dikali harga tiap satuan.

Dalam fisika, rumus juga begitu. Ia perlu dibaca pelan-pelan.

## **Bilangan: Cara Menghitung dan Membandingkan**

Bilangan adalah simbol untuk menyatakan banyaknya sesuatu, urutan, atau ukuran. Angka 2 dapat berarti 2 telur, 2 meter kain, 2 menit, atau 2 joule energi. Angkanya sama, tetapi maknanya bergantung pada apa yang sedang dibicarakan.

Ada beberapa jenis bilangan yang perlu kita kenal.

### **Bilangan bulat**

Bilangan bulat adalah bilangan seperti:

$$\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$$

Dalam kehidupan sehari-hari, bilangan bulat muncul saat kita menghitung benda utuh: 4 gelas, 7 kursi, 10 telur.

Bilangan negatif juga penting. Misalnya, suhu  $-5^{\circ}\text{C}$  berarti 5 derajat di bawah nol pada skala Celsius. Uang minus di rekening berarti utang atau kekurangan. Jadi bilangan negatif bukan “tidak nyata”; ia menyatakan arah atau keadaan relatif terhadap titik nol.

## Bilangan pecahan dan desimal

Kadang kita tidak berurusan dengan benda utuh. Setengah gelas air ditulis:

$$\frac{1}{2}$$

Satu perempat kilogram gula ditulis:

$$\frac{1}{4}$$

Pecahan juga dapat ditulis sebagai desimal:

$$\frac{1}{2} = 0,5$$

$$\frac{1}{4} = 0,25$$

Dalam fisika, pecahan dan desimal sering muncul karena ukuran alam tidak selalu bulat. Panjang meja bisa 1,2 meter. Waktu jatuhnya benda bisa 0,8 detik. Panjang gelombang cahaya sangat kecil, jauh lebih kecil dari 1 meter.

## Bilangan sangat besar dan sangat kecil

Mekanika kuantum sering bekerja dengan ukuran sangat kecil. Atom kira-kira berukuran sekitar  $10^{-10}$  meter, yaitu sepersepuluh miliar meter. Kita belum perlu menghafal angka itu sekarang. Yang perlu kita pahami adalah bahwa menulis banyak nol bisa melelahkan.

Bandingkan dua penulisan ini:

0,0000000001 *meter*

dan

$10^{-10}$  *meter*

Keduanya menyatakan bilangan yang sama. Penulisan kedua memakai pangkat, yang akan kita pelajari sebentar lagi. Pangkat membantu kita menulis bilangan sangat besar dan sangat kecil dengan lebih ringkas. Sistem penulisan seperti ini banyak dipakai dalam sains karena pengukuran alam membentang dari skala sangat kecil, seperti atom, sampai sangat besar, seperti jarak antarbintang [Halliday, Resnick, & Walker, 2018].

## Satuan: Angka Harus Punya “Nama Barang”

Dalam fisika, angka saja sering belum cukup. Jika seseorang berkata:

> “Panjangnya 5.”

Kita perlu bertanya:

> “5 apa? 5 sentimeter? 5 meter? 5 kilometer?”

Satuan adalah keterangan yang memberi makna pada angka ukuran. Contohnya:

- panjang: meter, sentimeter, kilometer;
- waktu: detik, menit, jam;
- massa: gram, kilogram;
- suhu: derajat Celsius atau kelvin;
- energi: joule.

Dalam kehidupan sehari-hari, satuan sangat penting. Jika resep mengatakan “tambahkan 2”, itu belum jelas. Dua sendok makan garam sangat berbeda dari dua butir garam. Dua kilogram cabai sangat berbeda dari dua gram cabai.

Dalam fisika, kesalahan satuan bisa membuat perhitungan salah total. Misalnya:

$$\text{jarak} = \text{kecepatan} \times \text{waktu}$$

Jika kecepatan mobil 60 kilometer per jam dan waktu perjalanan 2 jam, maka:

$$\text{jarak} = 60 \text{ km/jam} \times 2 \text{ jam} = 120 \text{ km}$$

Perhatikan bahwa “jam” pada kecepatan dan “jam” pada waktu saling menyesuaikan sehingga hasil akhirnya kilometer. Ini bukan sekadar permainan tulisan. Ini cara memeriksa apakah rumus masuk akal.

Jika suatu rumus menghasilkan “kilogram” ketika kita sedang mencari “jarak”, ada yang perlu diperiksa.

## Tanda Sama Dengan Bukan Tombol Jawaban

Di sekolah, tanda sama dengan sering terasa seperti tanda “jawabannya adalah”. Misalnya:

$$2 + 3 = 5$$

Kita melihat sebelah kiri sebagai soal, sebelah kanan sebagai jawaban. Tetapi dalam matematika dan fisika, tanda sama dengan memiliki makna lebih dalam.

Tanda sama dengan berarti dua sisi menyatakan nilai yang sama.

Contohnya:

$$5 = 2 + 3$$

Ini sama benarnya dengan:

$$2 + 3 = 5$$

Atau:

$$10 - 5 = 1 + 4$$

Kedua sisi sama-sama bernilai 5.

Dalam fisika, ini penting karena rumus sering dapat dibaca dari dua arah.

Misalnya:

$$v = \frac{s}{t}$$

Rumus ini berarti kecepatan  $v$  sama dengan jarak  $s$  dibagi waktu  $t$ . Jika Anda menempuh 100 kilometer dalam 2 jam, maka:

$$v = \frac{100}{2} = 50 \text{ km/jam}$$

Tetapi rumus yang sama juga dapat disusun ulang menjadi:

$$s = v \times t$$

Artinya, jarak sama dengan kecepatan dikali waktu.

Jadi tanda sama dengan bukan pintu satu arah. Ia seperti jembatan: sisi kiri dan sisi kanan harus seimbang.

## Huruf dalam Rumus: Bukan untuk Menakuti

Salah satu hal yang sering membuat rumus tampak menakutkan adalah huruf.

Misalnya:

$$E = mc^2$$

Atau:

$$v = \frac{s}{t}$$

Kita mungkin bertanya: "Mengapa ada huruf? Mengapa tidak langsung angka saja?"

Huruf dalam matematika biasanya disebut variabel. Variabel adalah lambang untuk sesuatu yang nilainya bisa berubah atau belum kita tentukan.

Dalam resep, kita bisa membuat kalimat umum:

> Jumlah porsi nasi goreng bergantung pada jumlah orang yang makan.

Jika satu orang makan satu porsi, maka:

$$\text{jumlah porsi} = \text{jumlah orang}$$

Kita bisa menulis lebih singkat:

$$p = o$$

Di sini p melambangkan jumlah porsi, dan o melambangkan jumlah orang. Huruf tidak punya kekuatan misterius. Ia hanya singkatan.

Contoh lain:

$$\text{biaya} = \text{jumlah barang} \times \text{harga per barang}$$

Kita bisa menulis:

$$B = n \times h$$

Dengan:

- B = biaya total,
- n = jumlah barang,
- h = harga per barang.

Jika  $n = 4$  dan  $h = 10.000$ , maka:

$$B = 4 \times 10.000 = 40.000$$

Rumus dengan huruf memungkinkan kita memakai satu pola untuk banyak keadaan. Kita tidak perlu membuat rumus baru untuk membeli 2 barang, 4 barang, atau 12 barang.

Dalam mekanika kuantum nanti, kita akan bertemu huruf seperti E untuk energi, p untuk momentum, x untuk posisi, dan  $\psi$  untuk fungsi gelombang. Jangan panik. Setiap huruf akan kita beri arti.

## Operasi Dasar: Menambah, Mengurangi, Mengalikan, Membagi

Empat operasi dasar adalah alat hitung yang sudah akrab:

- penjumlahan: +
- pengurangan: -
- perkalian:  $\times$  atau kadang hanya ditulis berdekatan
- pembagian: div atau bentuk pecahan

Dalam fisika, operasi ini menyatakan hubungan.

### Penjumlahan

Penjumlahan berarti menggabungkan.

Jika ada 2 liter air dalam panci dan ditambah 1 liter, totalnya:

$$2 + 1 = 3 \text{ liter}$$

Dalam fisika, energi total kadang merupakan jumlah beberapa energi. Misalnya, sebuah benda bisa memiliki energi karena gerakannya dan juga energi karena posisinya. Kita belum perlu masuk detail sekarang, tetapi gagasannya sama: beberapa bagian dapat dijumlahkan.

### Pengurangan

Pengurangan berarti mencari selisih atau perubahan.

Jika suhu air dari  $30^{\circ}\text{C}$  menjadi  $80^{\circ}\text{C}$ , kenaikannya:

$$80 - 30 = 50^{\circ}\text{C}$$

Selisih sangat penting karena fisika sering bertanya: "Apa yang berubah?"

### Perkalian

Perkalian dapat berarti penjumlahan berulang atau penggabungan dua ukuran.

Jika satu bungkus berisi 6 telur dan Anda membeli 3 bungkus:

$$3 \times 6 = 18 \text{ telur}$$

Dalam fisika:

$$\text{jarak} = \text{kecepatan} \times \text{waktu}$$

Jika seseorang berjalan 5 kilometer per jam selama 2 jam:

$$\text{jarak} = 5 \times 2 = 10 \text{ km}$$

## Pembagian

Pembagian dapat berarti membagi rata atau mencari “per satu”.

Jika 12 kue dibagi kepada 4 orang:

$$12 \div 4 = 3$$

Setiap orang mendapat 3 kue.

Dalam fisika, kecepatan adalah jarak per waktu:

$$\text{kecepatan} = \frac{\text{jarak}}{\text{waktu}}$$

Jika jarak 100 km ditempuh dalam 2 jam:

$$\text{kecepatan} = \frac{100}{2} = 50 \text{ km/jam}$$

Kata “per” sering berarti pembagian. Kilometer per jam berarti kilometer dibagi jam. Meter per detik berarti meter dibagi detik.

## Pangkat: Cara Singkat Menulis Perkalian Berulang

Sekarang kita masuk ke pangkat.

Pangkat adalah cara menulis perkalian berulang dengan ringkas. Misalnya:

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

Dibaca: “dua pangkat tiga”.

Angka 2 disebut basis. Angka 3 disebut pangkat atau eksponen. Artinya, 2 dikalikan dengan dirinya sendiri sebanyak 3 kali.

Contoh lain:

$$10^2 = 10 \times 10 = 100$$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$$

Pangkat sangat berguna untuk menulis bilangan besar.

Misalnya:

$$1.000.000 = 10^6$$

Karena 1.000.000 adalah 1 diikuti 6 nol.

Pangkat juga berguna untuk menulis bilangan kecil.

$$10^{-1} = \frac{1}{10} = 0,1$$

$$10^{-2} = \frac{1}{100} = 0,01$$

$$10^{-3} = \frac{1}{1000} = 0,001$$

Jadi pangkat negatif bukan bilangan “aneh”. Ia berarti kebalikan dari pangkat positif.

Dalam mekanika kuantum, kita akan sering bertemu bilangan sangat kecil. Misalnya, ukuran atom atau nilai konstanta Planck sangat kecil bila ditulis dalam satuan sehari-hari. Notasi pangkat sepuluh membantu ilmuwan menulis dan membandingkan ukuran seperti itu dengan rapi. Buku aljabar dan trigonometri modern biasanya memperkenalkan pangkat dan notasi ilmiah sebagai alat untuk menyatakan bilangan sangat besar atau sangat kecil secara ringkas [Abramson, 2021].

### Contoh rumah tangga: luas lantai

Jika sebuah ubin berbentuk persegi memiliki sisi 30 cm, luasnya:

$$30^2 = 30 \times 30 = 900 \text{ cm}^2$$

Tanda  $\text{cm}^2$  dibaca “sentimeter persegi”. Ini berarti luas, bukan panjang biasa.

Mengapa satuannya ikut berpangkat dua?

Karena luas diperoleh dari panjang dikali panjang:

$$\text{cm} \times \text{cm} = \text{cm}^2$$

Jika nanti kita melihat  $\text{m}^2$ , itu berarti meter persegi. Jika melihat  $\text{m}^3$ , itu berarti meter kubik, seperti volume.

### Akar: Kebalikan dari Pangkat

Jika pangkat adalah perkalian berulang, maka akar membantu kita bertanya kebalikannya.

Misalnya:

$$3^2 = 9$$

Artinya:

$$\sqrt{9} = 3$$

Tanda  $\sqrt{\quad}$  disebut akar kuadrat. Akar kuadrat dari 9 adalah bilangan yang jika dikalikan dengan dirinya sendiri menghasilkan 9.

Contoh:

$$\sqrt{16} = 4$$

Karena:

$$4 \times 4 = 16$$

Akar sering muncul saat kita mencari panjang sisi dari luas.

Misalnya, sebuah taplak meja berbentuk persegi memiliki luas 1 m<sup>2</sup>. Berapa panjang sisinya?

Kita mencari bilangan yang jika dikalikan dirinya sendiri menghasilkan 1:

$$\sqrt{1} = 1$$

Jadi panjang sisinya 1 meter.

Jika luasnya 4 m<sup>2</sup>, maka sisi perseginya:

$$\sqrt{4} = 2$$

Karena:

$$2 \times 2 = 4$$

Dalam fisika, akar muncul di banyak tempat. Misalnya, dalam rumus tertentu untuk kecepatan, energi, atau gelombang. Kita tidak perlu menghafal semuanya sekarang. Yang penting: akar bukan hiasan. Akar adalah pertanyaan, "Bilangan apa yang jika dipangkatkan menghasilkan ini?"

## Perbandingan: Lebih Besar, Lebih Kecil, dan Rasio

Dalam kehidupan sehari-hari, kita sering membandingkan.

- Harga beras toko A lebih murah daripada toko B.
- Air di panci pertama lebih panas daripada panci kedua.
- Anak pertama lebih tinggi daripada anak kedua.

- Lampu ruang tamu lebih terang daripada lampu tidur.

Dalam matematika, perbandingan bisa ditulis dengan tanda:

$>$

berarti lebih besar dari,

$<$

berarti lebih kecil dari.

Misalnya:

$7 > 3$

berarti 7 lebih besar dari 3.

$2 < 5$

berarti 2 lebih kecil dari 5.

Ada juga rasio, yaitu perbandingan melalui pembagian.

Jika satu resep membutuhkan 2 gelas tepung dan 1 gelas gula, rasio tepung terhadap gula adalah:

$2 : 1$

Artinya, untuk setiap 2 bagian tepung, ada 1 bagian gula.

Jika resep diperbesar dua kali, menjadi 4 gelas tepung dan 2 gelas gula. Rasio tetap:

$4 : 2 = 2 : 1$

Rasio penting karena banyak hubungan fisika tidak hanya bertanya “berapa banyak?”, tetapi “berapa banyak dibandingkan dengan apa?”

Contohnya, kecepatan adalah rasio jarak terhadap waktu. Massa jenis adalah rasio massa terhadap volume. Peluang adalah rasio antara kejadian yang diharapkan dan seluruh kemungkinan, dalam keadaan sederhana tertentu.

## Persen: Per Seratus

Persen berarti per seratus. Simbolnya adalah %.

$$50\% = \frac{50}{100} = 0,5$$

Jadi 50% berarti setengah.

$$25\% = \frac{25}{100} = 0,25$$

Jadi 25% berarti seperempat.

Persen sangat berguna untuk membicarakan peluang atau bagian dari keseluruhan.

Misalnya, jika ada 100 kancing dalam kotak dan 20 di antaranya merah, maka bagian kancing merah adalah:

$$\frac{20}{100} = 20\%$$

Dalam mekanika kuantum, kita akan sering membicarakan peluang. Misalnya, bukan “elektron pasti ada di sini”, tetapi “ada peluang tertentu elektron ditemukan di daerah ini jika diukur.” Persen dapat membantu kita membayangkan peluang, walaupun perhitungan kuantum sebenarnya memakai aturan matematika yang lebih khusus.

## Grafik: Gambar dari Hubungan

Banyak orang lebih mudah memahami gambar daripada tabel angka. Di sinilah grafik membantu.

Grafik adalah gambar yang menunjukkan hubungan antara dua besaran atau lebih. Biasanya grafik sederhana memiliki dua garis utama:

- garis mendatar, disebut sumbu horizontal atau sumbu x;
- garis tegak, disebut sumbu vertikal atau sumbu y.

Bayangkan kita mengukur suhu air yang dipanaskan. Kita mencatat suhu setiap menit:

Waktu	Suhu air
0 menit	$25^{\circ}\text{C}$
1 menit	$35^{\circ}\text{C}$
2 menit	$45^{\circ}\text{C}$
3 menit	$55^{\circ}\text{C}$

Jika kita buat grafik, waktu dapat diletakkan di sumbu mendatar, dan suhu di sumbu tegak. Setiap pasangan angka menjadi satu titik:

- (0, 25)
- (1, 35)
- (2, 45)
- (3, 55)

Titik (2, 45) berarti pada waktu 2 menit, suhu air  $45^{\circ}\text{C}$ .

Grafik membantu kita melihat pola. Dari tabel di atas, suhu naik 10 derajat setiap menit. Pada grafik, titik-titiknya akan membentuk garis naik.

Buku aljabar dasar biasanya memperkenalkan grafik sebagai cara melihat hubungan antara variabel, terutama hubungan antara masukan dan keluaran dalam fungsi [Abramson, 2021]. Dalam fisika, grafik sangat penting karena pengukuran sering menghasilkan banyak data. Grafik membuat pola lebih mudah terlihat.

## Membaca grafik tanpa takut

Saat melihat grafik, jangan langsung panik. Tanyakan tiga hal:

1. Apa yang ada di sumbu mendatar?

Misalnya waktu.

2. Apa yang ada di sumbu tegak?

Misalnya suhu.

3. Apa arti naik, turun, atau datarnya garis?

Jika garis naik, suhu bertambah. Jika turun, suhu berkurang. Jika datar, suhu tetap.

Contoh lain: grafik jarak terhadap waktu.

Jika seseorang berjalan dengan kecepatan tetap, jaraknya dari titik awal bertambah secara teratur. Grafiknya berupa garis naik lurus. Jika ia berhenti, jaraknya tidak berubah. Grafiknya datar. Jika ia kembali ke titik awal, jaraknya mengecil. Grafiknya turun.

Dalam bab-bab kuantum nanti, grafik akan membantu kita melihat bentuk gelombang, peluang, dan tingkat energi.

## Koordinat: Alamat untuk Titik

Agar grafik dapat dibaca, kita memakai koordinat. Koordinat adalah pasangan angka yang memberi alamat suatu titik pada grafik.

Contohnya:

(3, 5)

Biasanya angka pertama adalah posisi di arah mendatar, dan angka kedua posisi di arah tegak.

Bayangkan lantai dapur seperti papan kotak-kotak. Dari pintu, Anda melangkah 3 kotak ke kanan dan 5 kotak ke depan. Lokasi Anda bisa ditulis sebagai (3, 5). Itu alamat sederhana.

Dalam fisika, koordinat membantu kita menyatakan posisi. Jika benda berada di posisi  $x = 2$  meter, artinya benda berada 2 meter dari titik acuan pada garis yang kita pilih.

Titik acuan adalah tempat yang kita anggap sebagai nol. Misalnya, kita bisa memilih pintu rumah sebagai titik nol untuk mengukur jarak ke dapur. Jika kita memilih meja makan sebagai titik nol, angkanya berubah, tetapi benda yang diukur tetap sama. Ini mengajarkan hal penting: angka posisi selalu bergantung pada acuan yang kita pilih.

Dalam mekanika kuantum, posisi partikel sering dilambangkan dengan  $x$ . Jika kita membahas partikel dalam satu garis,  $x$  memberi tahu lokasi di garis itu. Jika membahas ruang tiga dimensi, kita butuh tiga koordinat:  $x$ ,  $y$ , dan  $z$ .

## Perubahan: Fisika Sering Bertanya “Berubah Berapa?”

Dunia tidak hanya berisi benda yang diam. Banyak hal berubah:

- suhu air naik saat dipanaskan;

- pakaian basah menjadi kering;
- motor bergerak dari lambat menjadi cepat;
- baterai ponsel berkurang;
- lampu menyala dan padam.

Perubahan berarti selisih antara keadaan akhir dan keadaan awal.

Jika suhu air awalnya  $25^{\circ}\text{C}$ , lalu menjadi  $80^{\circ}\text{C}$ , perubahan suhunya:

$$80 - 25 = 55^{\circ}\text{C}$$

Dalam fisika, perubahan sering dilambangkan dengan huruf Yunani delta besar:

$$\Delta$$

Dibaca "delta". Lambang ini berarti "perubahan pada".

Jadi:

$$\Delta T$$

berarti perubahan suhu.

Jika suhu awal  $T_{\text{awal}} = 25^{\circ}\text{C}$ , dan suhu akhir  $T_{\text{akhir}} = 80^{\circ}\text{C}$ , maka:

$$\Delta T = T_{\text{akhir}} - T_{\text{awal}}$$

$$\Delta T = 80 - 25 = 55^{\circ}\text{C}$$

Contoh lain:

$$\Delta x$$

berarti perubahan posisi.

Jika seseorang berpindah dari posisi 2 meter ke posisi 7 meter:

$$\Delta x = 7 - 2 = 5 \text{ meter}$$

Perhatikan bahwa perubahan bisa positif atau negatif.

Jika seseorang berpindah dari posisi 7 meter ke posisi 2 meter:

$$\Delta x = 2 - 7 = -5 \text{ meter}$$

Tanda minus menunjukkan arah berlawanan dari arah positif yang kita pilih. Ini bukan berarti jaraknya “kurang nyata”. Ini berarti perpindahannya ke arah sebaliknya.

## Laju Perubahan: Seberapa Cepat Sesuatu Berubah

Setelah tahu perubahan, kita bisa bertanya:

> “Perubahan itu terjadi seberapa cepat?”

Inilah gagasan laju perubahan.

Jika suhu air naik dari  $25^{\circ}\text{C}$  menjadi  $55^{\circ}\text{C}$  dalam 3 menit, perubahan suhunya:

$$55 - 25 = 30^{\circ}\text{C}$$

Laju perubahan suhu rata-ratanya:

$$\frac{30^{\circ}\text{C}}{3 \text{ menit}} = 10^{\circ}\text{C}/\text{menit}$$

Artinya, rata-rata suhu naik 10 derajat Celsius setiap menit.

Kecepatan juga merupakan laju perubahan. Kecepatan menyatakan seberapa cepat posisi berubah terhadap waktu:

$$\text{kecepatan rata-rata} = \frac{\text{perubahan posisi}}{\text{perubahan waktu}}$$

Atau dengan lambang:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Di sini:

- $v$  = kecepatan rata-rata,
- $\Delta x$  = perubahan posisi,
- $\Delta t$  = perubahan waktu.

Misalnya, seseorang berpindah 100 meter dalam 20 detik:

$$v = \frac{100}{20} = 5 \text{ meter/detik}$$

Artinya, rata-rata ia bergerak 5 meter setiap detik.

Dalam bab-bab berikutnya, gagasan perubahan akan sangat penting. Gelombang berubah terhadap posisi dan waktu. Fungsi gelombang dalam mekanika kuantum juga berubah menurut aturan tertentu. Persamaan Schrödinger, yang nanti kita bahas tanpa rasa takut, pada dasarnya memberi tahu bagaimana keadaan kuantum berubah terhadap waktu.

## Fungsi: Mesin Hubungan

Sekarang kita sampai pada kata yang sangat penting: fungsi.

Fungsi adalah aturan yang menghubungkan masukan dengan keluaran. Dalam matematika modern, fungsi biasanya dipahami sebagai hubungan yang memasangkan setiap nilai masukan dengan tepat satu nilai keluaran [Abramson, 2021].

Mari pakai contoh mesin sederhana.

Bayangkan ada mesin dapur imajiner. Jika kita memasukkan jumlah kilogram beras, mesin memberi tahu harga total. Harga beras adalah Rp15.000 per kilogram.

Aturannya:

$$\text{harga} = 15.000 \times \text{jumlah kilogram}$$

Jika masukan 1 kg, keluaran Rp15.000. Jika masukan 2 kg, keluaran Rp30.000. Jika masukan 3 kg, keluaran Rp45.000.

Ini adalah fungsi.

Kita bisa menulis:

$$H(k) = 15.000k$$

Dibaca:

> H dari k sama dengan 15.000 dikali k.

Artinya:

- k adalah masukan, yaitu jumlah kilogram;
- H(k) adalah keluaran, yaitu harga untuk k kilogram.

Jika  $k = 4$ :

$$H(4) = 15.000 \times 4 = 60.000$$

Jadi harga 4 kg beras adalah Rp60.000.

### **Mengapa ditulis H(k), bukan hanya H?**

Tulisan H(k) mengingatkan kita bahwa harga bergantung pada k. Jika jumlah kilogram berubah, harga berubah.

Dalam fisika, kita sering menulis hal seperti:

$$x(t)$$

Ini berarti posisi x sebagai fungsi waktu t. Dengan kata lain, posisi benda bergantung pada waktu.

Jika seseorang berjalan, posisinya berubah dari detik ke detik. Maka masuk akal menulis  $x(t)$ : posisi pada waktu tertentu.

Dalam mekanika kuantum, kita akan bertemu fungsi gelombang, sering dilambangkan:

$$\psi(x)$$

atau

$$\psi(x, t)$$

Jangan takut pada lambang  $\psi$ . Itu hanya huruf Yunani bernama “psi”. Tulisan  $\psi(x)$  berarti nilai fungsi gelombang bergantung pada posisi  $x$ . Tulisan  $\psi(x,t)$  berarti nilainya bergantung pada posisi  $x$  dan waktu  $t$ .

Kita belum akan membahas makna lengkapnya sekarang. Untuk saat ini, cukup pahami bahwa fungsi adalah aturan hubungan.

## Rumus Sebagai Kalimat

Rumus sering tampak dingin karena ditulis sangat singkat. Padahal rumus bisa dibaca seperti kalimat.

Mari ambil contoh:

$$v = \frac{s}{t}$$

Baca pelan-pelan:

> Kecepatan sama dengan jarak dibagi waktu.

Lalu lihat satuannya:

- $s$  dalam meter,
- $t$  dalam detik,
- $v$  dalam meter per detik.

Contoh:

$$v = \frac{10 \text{ meter}}{2 \text{ detik}} = 5 \text{ meter/detik}$$

Artinya, benda menempuh rata-rata 5 meter setiap detik.

Sekarang contoh lain:

$$E = hf$$

Rumus ini nanti penting dalam bab tentang kuantum cahaya. Untuk sekarang, kita hanya belajar membacanya.

- E berarti energi.
- h adalah konstanta Planck, yaitu bilangan tetap dalam fisika kuantum.
- f berarti frekuensi, yaitu banyaknya getaran atau gelombang per detik.

Rumus itu dibaca:

> Energi satu kuantum cahaya berbanding lurus dengan frekuensinya.

Atau lebih sederhana:

> Jika frekuensi lebih besar, energi foton lebih besar.

Kita belum perlu menghitung nilai h. Yang penting adalah cara membaca hubungan.

## Langkah membaca rumus

Setiap kali bertemu rumus, coba lakukan ini:

1. Cari arti setiap lambang.

Jangan menghitung sebelum tahu lambangnya berarti apa.

2. Periksa satuan.

Apakah x meter? Apakah t detik? Apakah E joule?

3. Baca sebagai kalimat.

Misalnya: "energi sama dengan massa dikali sesuatu."

4. Tanya: jika satu bagian membesar, apa yang terjadi pada bagian lain?

Jika  $B = n \times h$ , maka biaya B membesar jika jumlah barang n membesar.

5. Masukkan angka hanya setelah maknanya jelas.

Rumus menjadi menakutkan kalau kita langsung mencoba menghitung tanpa memahami ceritanya. Seperti membaca resep: sebelum menyalakan kompor, kita perlu tahu bahan apa yang dipakai.

## Berbanding Lurus dan Berbanding Terbalik

Ada dua jenis hubungan yang sering muncul dalam fisika: berbanding lurus dan berbanding terbalik.

## Berbanding lurus

Dua besaran berbanding lurus jika yang satu membesar, yang lain juga membesar dengan perbandingan tetap.

Contoh:

$$\text{harga} = \text{jumlah} \times \text{harga per barang}$$

Jika harga per barang tetap, makin banyak barang, makin besar biaya.

Jika 1 sabun harganya Rp5.000:

- 1 sabun: Rp5.000
- 2 sabun: Rp10.000
- 3 sabun: Rp15.000

Jumlah sabun naik, biaya naik.

Dalam rumus:

$$B = 5.000n$$

Biaya B berbanding lurus dengan jumlah sabun n.

## Berbanding terbalik

Dua besaran berbanding terbalik jika yang satu membesar, yang lain mengecil dengan pola tertentu.

Contoh sederhana: membagi kue.

Jika ada 12 kue dan dibagi rata:

- untuk 2 orang, tiap orang mendapat 6 kue;
- untuk 3 orang, tiap orang mendapat 4 kue;
- untuk 4 orang, tiap orang mendapat 3 kue;
- untuk 6 orang, tiap orang mendapat 2 kue.

Makin banyak orang, makin sedikit bagian tiap orang.

Rumusnya:

$$\text{bagian per orang} = \frac{12}{\text{jumlah orang}}$$

Jika jumlah orang dilambangkan n:

$$b = \frac{12}{n}$$

Di sini b berbanding terbalik dengan n.

Dalam fisika, hubungan berbanding terbalik sering muncul. Misalnya, jika jarak tempuh tetap, makin besar kecepatan, makin kecil waktu yang diperlukan:

$$t = \frac{s}{v}$$

Jika jarak s tetap, waktu t berkurang saat kecepatan v bertambah.

## Luas di Bawah Grafik: Gambaran Awal

Ada satu gagasan yang nanti akan berguna, terutama saat kita membahas peluang: luas di bawah grafik.

Jangan khawatir, kita tidak akan masuk kalkulus berat. Kita hanya perlu gambaran.

Bayangkan grafik yang menunjukkan berapa banyak hujan turun setiap jam. Jika hujan turun terus selama beberapa jam, jumlah air total berkaitan dengan “luas” daerah di bawah grafik curah hujan terhadap waktu.

Contoh yang lebih sederhana:

Misalnya sebuah keran mengalirkan air dengan laju tetap 2 liter per menit. Jika dinyalakan selama 5 menit, jumlah air yang keluar:

$$2 \times 5 = 10 \text{ liter}$$

Pada grafik, laju aliran 2 liter/menit digambar sebagai garis datar. Waktu 5 menit menjadi lebar. Tinggi grafik 2. Luas persegiunya:

$$\text{luas} = \text{tinggi} \times \text{lebar} = 2 \times 5 = 10$$

Angka 10 itu menyatakan total air dalam liter.

Dalam mekanika kuantum, ketika kita membahas peluang menemukan partikel di suatu daerah, kita akan bertemu gagasan yang mirip: peluang dapat dikaitkan dengan luas di bawah kurva tertentu. Nanti kita akan membahasnya pelan-pelan. Untuk sekarang, cukup ingat bahwa grafik tidak hanya menunjukkan tinggi titik, tetapi kadang juga menyimpan makna dalam luas daerahnya.

## Probabilitas: Angka untuk Kemungkinan

Walaupun bab peluang akan dibahas lebih lengkap nanti, kita perlu mengenal gagasan dasarnya.

Probabilitas atau peluang adalah angka yang menyatakan seberapa mungkin suatu kejadian terjadi. Nilainya biasanya dari 0 sampai 1, atau dari 0% sampai 100%.

- Peluang 0 berarti tidak mungkin.
- Peluang 1 berarti pasti.
- Peluang 0,5 berarti kemungkinan setengah-setengah, atau 50%.

Contoh: melempar uang logam yang seimbang.

Ada dua sisi: angka dan gambar. Jika uang logam seimbang dan lemparannya adil, peluang muncul angka adalah:

$$\frac{1}{2} = 0,5 = 50\%$$

Dalam hidup sehari-hari, peluang sering dipakai meskipun tidak selalu tepat secara matematis. Kita berkata, “Kemungkinan hujan besar,” atau “Mungkin harga naik.” Dalam sains, peluang harus didefinisikan lebih hati-hati.

Dalam mekanika kuantum, peluang bukan hanya karena kita kurang tahu detail tersembunyi dengan cara biasa. Teori kuantum, sebagaimana dipakai dalam fisika modern, memberi prediksi berbentuk peluang untuk hasil pengukuran tertentu. Namun makna mendalam dari peluang kuantum akan kita bangun secara bertahap di bab-bab berikutnya.

## Ketelitian: Tidak Semua Angka Harus Sangat Panjang

Kadang kalkulator memberi hasil seperti:

3,33333333

Apakah kita harus menulis semuanya? Tidak selalu.

Dalam pengukuran, kita perlu menyesuaikan angka dengan ketelitian alat dan kebutuhan. Jika Anda mengukur bahan kue dengan sendok makan, tidak masuk akal menulis hasil sampai sembilan angka di belakang koma. Dalam fisika, pelaporan hasil pengukuran biasanya memperhatikan ketelitian alat ukur dan angka penting, yaitu angka yang benar-benar bermakna dalam hasil pengukuran [Halliday, Resnick, & Walker, 2018].

Contoh:

Jika panjang meja diukur dengan meteran biasa dan hasilnya sekitar 1,2 meter, kita tidak perlu menulis 1,20000000 meter seolah-olah kita tahu sangat tepat. Angka panjang yang terlalu banyak dapat memberi kesan palsu bahwa pengukuran lebih teliti daripada kenyataannya.

Dalam buku ini, kita tidak akan terlalu banyak membahas angka penting, tetapi kita perlu membawa sikap sehat: angka harus dibaca sesuai konteks.

## Jangan Takut pada Huruf Yunani

Dalam fisika, selain huruf biasa seperti  $x$ ,  $t$ ,  $E$ , dan  $v$ , kita akan bertemu huruf Yunani. Beberapa di antaranya:

- $\Delta$  dibaca delta, sering berarti perubahan.
- $\lambda$  dibaca lambda, sering berarti panjang gelombang.
- $\nu$  dibaca nu, kadang berarti frekuensi.
- $\psi$  dibaca psi, sering dipakai untuk fungsi gelombang.
- $\pi$  dibaca pi, bilangan sekitar 3,141

# Document information

## Bab 3: Bekal Matematika yang Diperlukan

---

<b>Project</b>	Mekanika Kuantum dari Nol
<b>Document</b>	Document 1.7
<b>Author</b>	ningsumarti
<b>Verifier</b>	Not verified
<b>Downloaded</b>	July 06, 2026 23:24 KST
<b>Status</b>	Working
<b>Document link</b>	<a href="https://www.theorytrace.com/projects/mekanika-kuantum-dari-nol/documents/bab-3-bekal-matematika-yang-diperlukan/">https://www.theorytrace.com/projects/mekanika-kuantum-dari-nol/documents/bab-3-bekal-matematika-yang-diperlukan/</a>